Для преподавателей

ГЕОМЕТРИЯ

ПОУРОЧНЫЕ ПЛАНЫ

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной

7 КЛАСС

Издательство «Учитель»

ГЕОМЕТРИЯ

7 класс

ПОУРОЧНЫЕ ПЛАНЫ

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной «Геометрия. 7–9 классы»

Авторы-составители

Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина

Издание 3-е

Волгоград

УДК 371.214.1
ББК 74.262.21
Г35

Авторы-составители
Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина

Геометрия. 7 класс : поурочные планы по учебнику
Г35 Л. С. Атанасяна [и др.] «Геометрия. 7–9 классы» / авт.-сост.
Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина. – Изд. 3-е. – Волгоград :
Учитель, 2014. – 110 с.
ISBN 978-5-7057-3701-7

В данном пособии предлагается примерное поурочное планирование, составленное опытными учителями математики в соответствии с материалами учебника для общеобразовательных учреждений Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной «Геометрия. 7–9 классы» (М.: Просвещение, 2012).

Предназначено учителям-предметникам 7–9 классов общеобразовательных школ, может быть полезно студентам педагогических вузов и слушателям ИПК.

УДК 371.214.1
ББК 74.262.21

Пособия издательства «Учитель» допущены к использованию в образовательном процессе Приказом Министерства образования и науки РФ № 16 от 16.01.2012 г.

ISBN 978-5-7057-3701-7

Последнее издание, 2014

ВВЕДЕНИЕ

Цель данного пособия – практическая помощь учителю, особенно молодому, в выборе путей построения урока, отвечающего современным требованиям.

Планирование дается из расчета 2 часа в неделю (50 часов) начиная со II четверти в соответствии с распределением часов, предлагаемым Программой общеобразовательных учреждений. Структура пособия соответствует структуре базового учебника «Геометрия. 7–9 классы» Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной (М.: Просвещение, 2012).

В пособии содержатся основные теоретические сведения, разнообразный дидактический материал (карточки для устного опроса, таблицы, задания творческого характера), а также контрольные работы.

При отборе учебного материала авторы преследовали цель: совершенствовать практические навыки и умения учащихся.

Надеемся, что предложенные поурочные планы окажут существенную помощь в подготовке и проведении уроков тем, кто будет работать по этому учебному пособию.

ПРИМЕРНОЕ ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПО ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ 7 КЛАССА

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной «Геометрия. 7–9 классы» (М.: Просвещение, 2012)

(2 ч в неделю со II четверти, всего 50 часов)

Номер параграфа	Название темы	Кол-во часов
	Глава I. Начальные геометрические сведения	7 ч
§ 1	Прямая и отрезок	1
§ 2	Луч и угол	1
§ 3	Сравнение отрезков и углов	1
§ 4	Измерение отрезков	1
§ 5	Измерение углов	1
§ 6	Перпендикулярные прямые	1
	Контрольная работа № 1	1
	Глава II. Треугольники	14 ч
§ 1	Первый признак равенства треугольников	3
§ 2	Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	3
§ 3	Второй и третий признаки равенства треугольников	3
§ 4	Задачи на построение	2
	Решение задач	2
	Контрольная работа № 2	1
	Глава III. Параллельные прямые	9 ч
§ 1	Признаки параллельности двух прямых	3
§ 2	Аксиома параллельных прямых	3
	Решение задач	2
	Контрольная работа № 3	1
	Глава IV. Соотношения между сторонами и углами треугольника	16 ч
§ 1	Сумма углов треугольника	2
§ 2	Соотношения между сторонами и углами треугольника	3
	Контрольная работа № 4	1
§ 3	Прямоугольные треугольники	4
§ 4	Построение треугольника по трем элементам	4
	Решение задач	1
	Контрольная работа № 5	1
	Повторение. Решение задач	4 ч
	Всего	50 ч

Глава I. НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

(7 часов)

В первой главе рассматриваются простейшие геометрические фигуры – точка, прямая, отрезок, луч, угол, вопрос сравнения и измерения отрезков и углов, вводятся понятия смежных и вертикальных углов, перпендикулярных прямых.

Введение основных понятий опирается на наглядные представления и на тот опыт, который накоплен учащимися при изучении математики в 1–6 классах. Понятие аксиомы в первых двух главах не вводится, и сами аксиомы не формулируются в явном виде. Вместе с тем необходимые исходные положения, на основе которых изучаются свойства геометрических фигур, приведены в описательной форме уже в первой главе.

Изучение первой главы ставит перед учителем сложные методические задачи:

1) начать обучение школьников четким геометрическим формулировкам и рассуждениям;

2) постепенно подводить учащихся к пониманию необходимости доказательства каждого утверждения;

3) начать обучение умению выделить из текста геометрической задачи **что дано и что требуется найти (или доказать)**, отразить ситуацию, данную в условии задачи и возникающую по ходу ее решения, на рисунке, кратко и чётко записать решение задачи. Этому школьники будут обучаться на протяжении всего курса геометрии, но при изучении этой главы закладываются основы будущих умений и навыков.

При решении задач этой главы следует прежде всего опираться на наглядные представления учащихся. Письменные формы работы являются важнейшим видом деятельности, формирующим устойчивые навыки в логических рассуждениях при решении задач.

Форма записи условия задачи, разумные сокращения и обозначения, расположение в тетради вычислений и доказательств дисциплинируют мышление.

Практические приложения геометрического материала, изложенного в этой главе, раскрываются в пунктах «Провешивание прямой на местности», «Единицы измерения. Измерительные инструменты» и «Измерение углов на местности». Соответствующую практическую работу можно выполнить в удобное время учебного года.

Урок 1
ПРЯМАЯ И ОТРЕЗОК (§ 1)

Цели: познакомить учащихся с тем, что изучает геометрия, какой раздел геометрии называется планиметрией, какие фигуры в планиметрии называются основными; систематизировать сведения о взаимном расположении точек и прямых; рассмотреть свойство прямой: через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну; научить обозначать точки и прямые на рисунке; ввести понятие отрезка; рассказать о практическом проведении (провешивании) прямых на местности.

Ход урока

I. Вводная беседа о возникновении и развитии геометрии (10–12 мин).

ПЛАН БЕСЕДЫ

1. Зарождение геометрии.
2. От практической геометрии к науке геометрия.
3. Геометрия Евклида.
4. История развития геометрии.
5. Геометрические фигуры.

Геометрия возникла в результате практической деятельности людей: нужно было сооружать жилища, храмы, прокладывать дороги, оросительные каналы, устанавливать границы земельных участков и определять их размеры. В переводе с греческого слово «геометрия» означает «землемерие» («гео» – по-гречески *земля*, а «метрео» – *мерить*). Такое название объясняется тем, что зарождение геометрии было связано с различными измерительными работами.

Важную роль играли и эстетические потребности людей: желание украсить свои жилища и одежду, рисовать картины окружающей жизни. Все это способствовало формированию и накоплению геометрических сведений.

За несколько столетий до нашей эры в Вавилоне, Китае, Египте и Греции уже существовали начальные геометрические знания, которые добывались в основном опытным путем, но они не были еще систематизированы и передавались от поколения к поколению в виде правил и рецептов, например, правил нахождения площадей фигур, объемов тел, построения прямых углов и т. д.

Не было еще доказательств этих правил, и их изложение не представляло собой научной теории.

Первым, кто начал получать геометрические факты при помощи рассуждений (доказательств), был древнегреческий математик Фалес (VI в. до н. э.), который в своих исследованиях применял перегибание чертежа, поворот части фигуры и так далее, то есть то, что на современном геометрическом языке называется движением.

Постепенно геометрия становится наукой, в которой большинство фактов устанавливается путем выводов, рассуждений, доказательств.

Попытки греческих ученых привести геометрические факты в систему начинаются уже с V в. до н. э. Наибольшее влияние на всё последующее развитие геометрии оказали труды греческого ученого Евклида, жившего в Александрии в III в. до н. э. Сочинение Евклида «Начала» почти 2000 лет служило основной книгой, по которой изучали геометрию. В «Началах» были систематизированы известные к тому времени геометрические сведения, и геометрия впервые предстала как математическая наука.

Эта книга была переведена на языки многих народов мира, а сама геометрия, изложенная в ней, стала называться евклидовой геометрией.

В геометрии изучаются формы, размеры, взаимное расположение предметов независимо от их других свойств: массы, цвета и т. д. Отвлекаясь от этих свойств и беря во внимание только форму и размеры предметов, мы приходим к понятию геометрической фигуры.

На уроках математики вы познакомились с некоторыми геометрическими фигурами и представляете себе, что такое **точка, прямая, отрезок, луч, угол,** как они могут быть расположены относительно друг друга. Вы знакомы с такими фигурами, как **треугольник, прямоугольник, круг** *(показать модели этих фигур)*.

Геометрия не только дает представление о фигурах, их свойствах, взаимном расположении, но и учит рассуждать, ставить вопросы, анализировать, делать выводы, то есть логически мыслить.

Школьный курс геометрии делится на **планиметрию** и **стереометрию**. Такие фигуры, как отрезок, луч, прямая, угол, окружность, круг, треугольник, прямоугольник, являются плоскими, то есть целиком укладываются на плоскости. Раздел геометрии, изучающий свойства фигур на плоскости, называется **планиметрией** (от латинского слова «планум» – *плоскость* и греческого «метрео» – *измеряю*).

В **стереометрии** изучаются свойства фигур в пространстве, таких как параллелепипед, шар, цилиндр, пирамида *(показать модели)*. Мы начнем изучение геометрии с планиметрии.

II. Изучение нового материала.

1. Повторение известного учащимся материала о точках и прямых, их изображении и расположении относительно друг друга.

2. Прямая безгранична, а на рисунке изображается только часть прямой.

3. Обозначение прямых малыми буквами латинского алфавита или двумя большими буквами, соответствующими двум точкам, лежащим на прямой.

(Рисунки выполнять на доске и в тетрадях; рассмотреть по учебнику рисунки 4, 5 и 6 на с. 5.)

4. Выполнение практического задания № 1 (с. 7 учебника). Символы $\in$ и $\notin$.

5. Вопросы к учащимся:

1) Можно ли через данную точку провести прямую?

2) Сколько прямых можно провести через данную точку?

Учащиеся должны сделать **вывод:** «через данную точку можно провести сколько угодно прямых».

3) Сколько прямых можно провести через две данные точки? (Ответ: только одну.)

Учащиеся проводят прямую через две данные точки и находят в п. 1 учебника **утверждение:** «через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну».

Это утверждение выражает неискривленность прямой, то есть то свойство, которое отличает прямую от других линий (через две данные точки можно провести сколько угодно кривых линий, например окружностей, а прямых – только одну).

6. Рассмотрение различных случаев взаимного расположения двух прямых на плоскости (с помощью рисунков учебника, плакатов, таблиц, транспарантов для графопроектора).

Учащиеся делают **вывод**: две прямые не могут иметь более одной общей точки.

III. Выполнение практических заданий.

1. Учащиеся выполняют практические задания № 2, 3 на с. 7 учебника.

2. В о п р о с ы к у ч а щ и м с я:

1) Могут ли прямые *OA* и *AB* быть различными, если точка *O* лежит на прямой *AB*? (О т в е т: прямые *OA* и *AB* не могут быть различными, так как обе они проходят через точки *A* и *O*, а через две точки проходит только одна прямая.)

2) Даны две прямые *а* и *в*, пересекающиеся в точке *С*, и точка *Д*, отличная от точки *С* и лежащая на прямой *а*. Может ли точка *Д* лежать на прямой *в*? (О т в е т: точка *Д* не может лежать на прямой *в*, так как две прямые не могут иметь двух общих точек.)

3. Ввести понятие отрезка (использовать рисунок 7 учебника).

4. Самостоятельное выполнение учащимися задания № 5.

5. Изложение материала п. 2. «Провешивание прямой на местности» в виде беседы (по рис. 8 и 9 учебника).

IV. Проверка усвоения изученного материала.

Самостоятельная работа проводится в форме д и к т а н т а:

1. Начертите прямую и обозначьте ее буквой *в*.

1) Отметьте точку *М*, лежащую на прямой *в*.

2) Отметьте точку *Д*, не лежащую на прямой *в*.

3) Используя символы $\in$ и $\notin$, запишите предложение: «Точка *М* лежит на прямой *в*, а точка *Д* не лежит на ней».

2. Начертите прямые *а* и *в*, пересекающиеся в точке *К*. На прямой *а* отметьте точку *С*, отличную от точки *К*.

1) Являются ли прямые *КС* и *а* различными прямыми? Ответ обоснуйте.

2) Может ли прямая *в* проходить через точку *C*? Ответ обоснуйте.

3*. Сколько точек пересечения могут иметь три прямые? Рассмотрите все возможные случаи и сделайте соответствующие рисунки.

4*. На плоскости даны три точки. Сколько прямых можно провести через эти точки так, чтобы на каждой прямой лежали хотя бы две из данных точек? Рассмотрите все возможные случаи и сделайте рисунки.

V. Итоги урока.

Учащиеся отвечают на в о п р о с ы :

1. Сколько прямых можно провести через две точки?
2. Сколько общих точек могут иметь две прямые?
3. Какая фигура называется отрезком?
4. Как обозначаются точки и прямые на рисунке?

Домашнее задание: пункты 1, 2; ответить на вопросы 1–3 на с. 25 учебника; практические задания № 4, 6 и 7.

На первых уроках, комментируя домашнее задание, следует показать учащимся на примерах вопросов 1–3 повторения, как находить на них ответы в тексте учебника.

Урок 2
ЛУЧ И УГОЛ (§ 2)

Ц е л и : напомнить учащимся, что такое луч и угол; ввести на наглядном уровне понятия внутренней и внешней областей неразвернутого угла; познакомить с различными обозначениями лучей и углов.

О б о р у д о в а н и е : таблица (кодопозитив) с изображением лучей и углов; шарнирная модель угла, изготовленная из деревянных реек или другого подходящего материала.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Выполнение учащимся на доске практических заданий № 4 и 6.

2. Проверка задания № 7 по рис. 10 учебника (устно).

3. Ответы на контрольные вопросы 1–3.

4. Сообщение итогов математического диктанта.

II. Изучение нового материала.

1. Введение понятия луча (использовать рис. 11 учебника).

2. Обозначение луча (рис. 12, *а* и *б*).

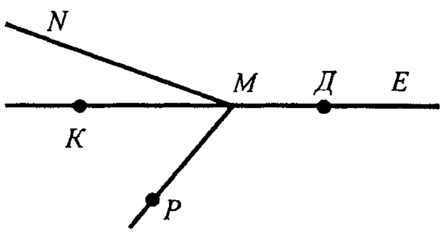
3. Выполнение под руководством учителя заданий:

1) Проведите прямую *а*.

а) Отметьте на ней точки *A, B* и *C* так, чтобы точка *A* лежала между точками *B* и *C*.

б) Назовите лучи, исходящие из точки *A*.

в) Отметьте на луче *AB* точку *Д*.



2) Укажите все лучи, изображенные на рисунке:

а) исходящие из точек *M* и *Д*;

б) составляющие вместе с их общим началом одну прямую.

4. Самостоятельное выполнение учащимися практического задания № 8.

5. Изложение п. 4 «Угол» (использовать при этом заготовленную шарнирную модель угла):

1) На модели показывается, из каких элементов состоит данная фигура.

2) Дается определение угла.

3) Вводятся различные способы обозначения угла.

4) Вводятся понятия развернутого и неразвернутого угла (рис. 15, *а* и *б*).

III. Закрепление изученного материала.

1. Выполнение практических заданий № 9, 10 и 11 на доске и в тетрадях.

2. Устно:

1) Какая фигура называется углом? Объясните, что такое вершина и сторона угла.

2) Какой угол называется развернутым?

3. Выполнение задания учащимися: начертить неразвернутый угол hk, заштриховать его внутреннюю область, провести луч l, исходящий из вершины и проходящий внутри этого угла, то есть луч, разделяющий угол hk на два угла: $\angle hl$ и $\angle lk$. (Работа по рис. 16, *а*.)

4. Учитель отмечает, что если угол hk развёрнутый, то любой луч, исходящий из его вершины и не совпадающий с лучами h и k, также делит этот угол на два угла (рис. 16, *б*).

5. Выполнение учащимися практического задания № 14.

6. Устно решить задания № 15, 16 (по рис. 17) и задание № 17 (по рис. 18).

IV. Итоги урока.

В ходе беседы с учащимися по изученному материалу учитель выясняет, умеют ли ученики объяснить, что такое луч; умеют ли изображать и обозначать лучи; знают ли, какая геометрическая фигура называется углом, что такое стороны и вершина угла; умеют ли обозначать неразвернутые и развернутые углы, показывать на рисунке внутреннюю область неразвернутого угла, проводить луч, разделяющий угол на два угла.

Домашнее задание: изучить пункты 3, 4 из § 2; ответить на вопросы 4–6 на с. 25 учебника; выполнить практические задания № 12 и 13.

Урок 3
СРАВНЕНИЕ ОТРЕЗКОВ И УГЛОВ (§ 3)

Цели: ввести одно из важнейших геометрических понятий – понятие равенства фигур, в частности равенства отрезков и углов; научить учащихся сравнивать отрезки и углы; ввести понятия середины отрезка и биссектрисы угла.

Оборудование: модели различных плоских фигур (знакомых учащимся из курса математики I–VI классов); плакат с фигурами Φ_1 и Φ_2, аналогичный рисунку 19 учебника, и калька; транспаранты и графопроектор.

Ход урока

I. Устная работа.

Вопросы к учащимся:

1. Назовите основные геометрические фигуры на плоскости.

2. Что такое планиметрия?

3. Как можно обозначить прямую?

4. Что называется отрезком?

5. Сколько общих точек могут иметь две прямые?

6. Сколько прямых можно провести через любые две точки плоскости?

7. Объясните, что такое луч. Как обозначаются лучи?

8. Какая фигура называется углом? Объясните, что такое вершина и стороны угла.

9. Какой угол называется развернутым?

10. Сколько неразвернутых углов образуется при пересечении трёх прямых, проходящих через одну точку? (Ответ: двенадцать углов.)

II. Объяснение нового материала.

1. Среди окружающих нас предметов встречаются такие, которые имеют одинаковую форму и одинаковые размеры. Такими предметами являются, например, два одинаковых листа бумаги, две одинаковые книги, два одинаковых шкафа. *(Показ моделей равных плоских фигур окружающей обстановки.)*

2. Определение равных фигур.

3. Как установить, равны фигуры или нет?

Используя плакат с фигурами Φ_1 и Φ_2 и кальку, учитель показывает процесс наложения одной фигуры на другую, описанный в учебнике (рис. 19).

Вывод: две геометрические фигуры называются равными, если их можно совместить наложением.

4. Задача сравнения фигур (их форм и размеров) является одной из основных задач в геометрии. На практике сравнить наложением две небольшие плоские фигуры вполне возможно, а вот два очень больших стекла, а тем более два земельных участка, практически невозможно. Это приводит к необходимости иметь какие-то правила сравнения двух фигур, позволяющие сравнить некоторые их

размеры, и по результатам этого сравнения сделать вывод о равенстве или неравенстве фигур.

5. Учащиеся сравнивают несколько отрезков, изображенных на доске, среди которых есть равные (с помощью кальки, бечевки или циркуля).

6. Работа по рис. 20 учебника. Запись в тетрадях: *ВК* = *ДМ* (равные отрезки); *АС* < *АВ*.

7. Введение понятия середины отрезка (рис. 21).

8. Решение задач № 19 и 20 (по рис. 25).

9. При сравнении углов используются транспаранты. На двух пленках изображаются углы, и с помощью графопроектора показывается, как равные углы можно совместить наложением.

10. Работа по рис. 22 и 23 учебника.

11. Выполнение задания № 21 на доске и в тетрадях.

12. Введение понятия биссектрисы угла (рис. 24).

13. Устно решить задачу № 22.

III. Проверка усвоения нового материала.

Самостоятельная работа проводится в форме д и к т а н т а:

1. На луче *h* с началом в точке *О* отложите отрезки *ОА* и *ОВ* так, чтобы точка *А* лежала между точками *О* и *В*. Сравните отрезки *ОА* и *ОВ* и запишите результат сравнения.

2. Начертите неразвернутый угол *АВС* и проведите какой-нибудь луч *ВД*, делящий этот угол на два угла. Сравните углы *АВС* и *АВД*, *АВС* и *ДВС* и запишите эти результаты сравнения.

При наличии времени проверку работы можно провести на этом же уроке с помощью графопроектора.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить пункты 5 и 6 из § 3; ответить на вопросы 7–11 на с. 25; решить задачи № 18 и 23.

Урок 4
ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ (§ 4)

Цели: познакомить учащихся с процедурой измерения отрезков; ввести понятие длины отрезка и рассмотреть свойства длин отрезков; ознакомить учащихся с различными единицами измерения и инструментами для измерения отрезков.

Ход урока

I. Анализ выполнения учащимися самостоятельной работы, её итоги.

II. Работа учащихся с учебником.

1. В повседневной жизни нам часто приходится сталкиваться с измерением длин высот, расстояний. С точки зрения геометрии мы имеем в таких случаях дело с измерением отрезков.

2. Учащиеся по учебнику изучают процедуру измерения отрезков (пункт 7 «Длина отрезка»).

3. При выбранной единице измерения каждому отрезку соответствует определенное положительное число, которое и выражает длину отрезка. Это число показывает, сколько раз единица измерения и её части укладываются в измеряемом отрезке.

4. Записать в тетрадях **выводы:**

1) равные отрезки имеют равные длины;

2) меньший отрезок имеет меньшую длину;

3) когда точка делит отрезок на два отрезка, длина всего отрезка равна сумме длин этих двух отрезков;

4) длина отрезка называется также расстоянием между концами этого отрезка.

5. По учебнику учащиеся при чтении пункта 8 «Единицы измерения. Измерительные инструменты» вспоминают известные им единицы измерения отрезков. Необходимо подчеркнуть, что единица измерения, в частности миллиметр, сантиметр или метр, есть некоторый отрезок.

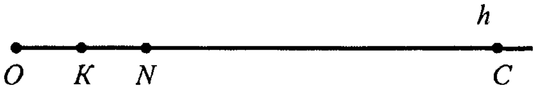
6. Устное решение задачи № 26.

III. Решение задач по закреплению изученного материала.

При решении задач учитель показывает оформление решения задачи на доске, объясняя, как из условия задачи выделить, что дано и что требуется найти или доказать.

1. Решить задачу № 27 *(объясняет учитель)*.

$OC = 2AB$; $ON = \frac{1}{2}AB$;



$OK = \frac{1}{4}AB.$

Замечание: если за единицу измерения принять отрезок AB, то $OC = 2$; $ON = \frac{1}{2}$; $OK = \frac{1}{4}$.

2. На доске и в тетрадях решить задачи № 30, 31(б).

3. Выполнение заданий с необходимыми краткими записями на доске и в тетрадях:

1) Дан луч h с началом в точке O; $B \in h$, $A \in h$; точка B лежит между точками O и A. а) Какой из отрезков OB или OA имеет большую длину? б) Найдите AB, если $OA = 72$ см, $OB = 4{,}2$ дм.

2) Начертите прямую a и отметьте точку A, не лежащую на этой прямой. С помощью масштабной линейки и циркуля отметьте на прямой a точку $Д$, удаленную от точки A на расстояние 3 см. (Выяснить вместе с учащимися, что задача может иметь одно или два решения, а может и не иметь решений.)

3) Решить задачу № 29 учебника.

4) Начертите отрезок $СД$, равный 5 см. С помощью масштабной линейки отметьте на прямой $СД$ точку B, такую, что $CB = 2$ см. а) Сколько таких точек можно отметить на прямой $СД$? б) Какова длина отрезка $BД$? Рассмотрите все возможные случаи.

4. Решить задачу № 32 *(учитель на доске объясняет решение задачи и её оформление):*

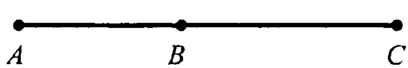
Дано: $A \in a$, $B \in a$, $C \in a$, $AB = 12$ см, $BC = 13{,}5$ см.

Найти: AC.

Решение

На прямой a отложим отрезок AB, а затем отрезок BC. Возможны два случая.

1) Точки A и C лежат по разные стороны от точки B.

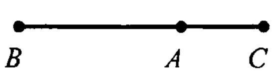


$AC = AB + BC$

$AC = 12 + 13{,}5 = 25{,}5$ (см)

$AC = 25{,}5$ см.

2) Точки A и C лежат по одну сторону от точки B.



$AC = BC - AB$

$AC = 13{,}5 - 12 = 1{,}5$ (см)

$AC = 1{,}5$ см.

О т в е т: $AC = 25{,}5$ см или $AC = 1{,}5$ см.

5. Самостоятельное решение учащимися задач № 34, 35.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить пункты 7, 8 из § 4; ответить на вопросы 12 и 13, с. 25; решить задачи № 24, 25, 28, 31(а), 33, 36 (решение задачи приведено в учебнике).

Урок 5
ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ (§ 5)

Ц е л и: ввести понятие градусной меры угла и рассмотреть свойства градусных мер углов; ввести понятия острого, прямого и тупого углов; ознакомить учащихся с приборами для измерения углов на местности.

О б о р у д о в а н и е: демонстрационный транспортир; транспортиры у учащихся; таблица «Виды углов».

Х о д у р о к а

I. Проверочная самостоятельная работа (10 мин) (проверка усвоения свойств длин отрезков).

В а р и а н т I

1. На прямой *в* отмечены точки *С, Д* и *Е* так, что $СД = 6$ см, $ДЕ = 8$ см. Какой может быть длина отрезка *СЕ*? (О т в е т: $CE = 14$ см или $CE = 2$ см.)

2. Точка *М* – середина отрезка *АВ*; $MB = 4{,}3$ дм. Найдите длину отрезка *АВ* в миллиметрах.

В а р и а н т II

1. На прямой *m* отмечены точки *А, В* и *С* так, что $AC = 12$ см, $AB = 8$ см. Какой может быть длина отрезка *ВС*? (О т в е т: $BC = 20$ см или $BC = 4$ см.)

2. Точка *Р* – середина отрезка *MN*. Найдите длину отрезка *PN* в метрах, если $MN = 14$ дм.

Вариант III
(для более подготовленных учащихся)

1. Даны отрезок $СД$ и точка $М$, причем $СД = 17$ см, $СМ = 13$ см, $ДМ = 5$ см. Лежит ли точка $М$ на отрезке $СД$?

2. На прямой a отмечены последовательно точки C, $Д$, E и F так, что $СД = EF$. Расстояние между серединами отрезков $СД$ и EF равно 12,4 см. Найдите расстояние между точками C и E.

II. Объяснение нового материала.

1. Измерение углов аналогично измерению отрезков – оно основано на сравнении их с углом, принятым за единицу измерения.

2. Градус – угол, равный $\frac{1}{180}$ части развернутого угла. Градусная мера угла.

3. Повторить измерение углов с помощью транспортира. (Начертить на доске и в тетрадях любые углы и измерить их с помощью транспортира; рис. 32, рис. 33.)

4. Ввести понятие *минуты* – это $\frac{1}{60}$ часть градуса; запись $1'$, понятие *секунды* – это $\frac{1}{60}$ часть минуты; записывается $1''$.

5. Записать в тетрадях **выводы:**

1) равные углы имеют равные градусные меры;

2) меньший угол имеет меньшую градусную меру;

3) развернутый угол равен 180°; неразвернутый угол меньше 180°;

4) когда луч делит угол на два угла, градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов (рис. 34).

6. Выполнение практических заданий № 41, 42, 43.

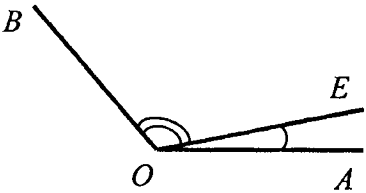
7. Устно решить задачи № 45, 46.

8. Ввести понятия *прямого, острого* и *тупого углов* с помощью таблицы «Виды углов» и рисунка 35.

9. Устно решить задачи № 51 (по рис. 38), № 52 (по рис. 39) и № 53.

III. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачу № 47(б). Решение записывается на доске и в тетрадях *(объясняет учитель)*:



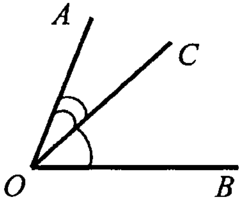
Дано: $\angle AOE = 12°37'$;
$\angle EOB = 108°25'$.
Найти: $\angle AOB$.

Решение

$\angle AOB = \angle AOE + \angle BOE$;
$\angle AOB = 12°37' + 108°25' = 120°62' =$
$= 121°2'$.

Ответ: $121°2'$.

2. Решить задачу № 48 на доске и в тетрадях (объясняет учитель):



Дано: $\angle AOB = 78°$;
$\angle AOC < \angle BOC$ на $18°$.
Найти: $\angle BOC$.

Решение

По условию $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 78°$;
$\angle AOC = \angle BOC - 18°$.
Отсюда $\angle BOC - 18° + \angle BOC = 78°$;
$2 \cdot \angle BOC = 78° + 18°$;
$2 \cdot \angle BOC = 96°$, тогда
$\angle BOC = 96° : 2 = 48°$.

Ответ: $48°$.

3. Решить задачу обучающего характера на доске и в тетрадях (учащиеся на доске с помощью учителя делают чертёж, записывают, что дано и что найти, учатся оформлять решение задачи):

1) Луч *ВД* делит развернутый угол *АВС* на два угла, разность которых равна 46°. Найдите образовавшиеся углы.

2) Луч *СК* делит прямой угол *ВСМ* на два угла, один из которых в 4 раза больше другого. Найти образовавшиеся углы.

3) Луч *ДО* делит прямой угол *АДВ* на два угла, градусные меры которых относятся как 5 : 4. Найдите угол между лучом *ДО* и биссектрисой угла *АДВ*.

IV. Итоги урока.

С помощью вопросов, задаваемых учащимся, учитель выясняет, знают ли ученики, что такое градусная мера угла, чему равны минута и секунда; умеют ли изображать прямой, острый, тупой и развернутый углы и находить градусные меры данных углов, используя транспортир.

Домашнее задание: изучить пункты 9 и 10 (самостоятельно); ответить на вопросы 14–16 на с. 25–26; выполнить практическое задание № 44; решить задачи № 47(а), 49, 50.

Урок 6
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ (§ 6)

Цели: ввести понятия смежных и вертикальных углов; рассмотреть их свойства; ввести понятие перпендикулярных прямых и показать, как применяются эти понятия при решении задач.

Наглядные пособия: таблицы «Смежные углы», «Вертикальные углы», «Перпендикулярные прямые».

Ход урока

I. Анализ результатов самостоятельной работы.

II. Изучение нового материала. Решение задач.

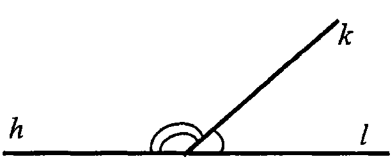
1. Ввести понятие смежных углов и их свойства (сумма смежных углов равна 180°) с помощью таблицы «Смежные углы».

2. Выполнение практического задания № 55 (на доске и в тетрадях).

3. Устно решить задачи № 58, 59, 60, 63, 62 (по рис. 46).

4. Письменно решить задачу № 61 (в; г):

в)



Дано: $\angle hk$ и $\angle kl$ – смежные;
$\angle hk$ больше $\angle kl$ на 47°18′.
Найти: $\angle hk$ и $\angle kl$.

Решение

Пусть $\angle kl = x$, тогда $\angle hk = x + 47°18'$.
По свойству о сумме смежных углов
$\angle kl + \angle hk = 180°$.

$x + x + 47°18' = 180°$; $2x = 180° - 47°18'$;

$2x = 179°60' - 47°18'$; $2x = 132°42'$; $x = 66°21'$.

$\angle kl = 66°21'$; $\angle hk = 66°21' + 47°18' = 113°39'$.

Ответ: 113°39′ и 66°21′.

г) Пусть $\angle kl = x$, тогда $\angle hk = 3x$.

$x + 3x = 180°$; $4x = 180°$; $x = 45°$; $\angle kl = 45°$; $\angle hk = 135°$.

Ответ: 135° и 45°.

5. Понятие вертикальных углов можно ввести, выполняя следующее задание:

1) Начертите неразвернутый $\angle AOB$ и назовите лучи, являющиеся сторонами этого угла.

2) Проведите луч OC, являющийся продолжением луча OA, и луч $OД$, являющийся продолжением луча OB.

3) Запишите в тетради: углы AOB и $COД$ называются *вертикальными.*

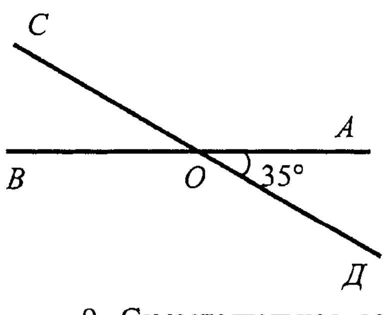
6. На таблице «Вертикальные углы» показать, что при пересечении двух прямых образуются две пары вертикальных углов с вершиной в точке пересечения этих прямых.

7. Определение вертикальных углов (рис. 41).

8. Обоснование того факта, что вертикальные углы равны, вначале можно провести на конкретном примере, записав его на доске и в тетрадях учащихся.

Задача. Прямые AB и $CД$ пересекаются в точке O так, что $\angle AOД = 35°$. Найдите углы AOC и BOC.

Решение



1) Углы $AOД$ и AOC смежные, поэтому $\angle BOC = 180° - 35° = 145°$.

2) Углы AOC и BOC также смежные, поэтому $\angle BOC = 180° - 145° = 35°$.

Значит, $\angle BOC = \angle AOД = 35°$, причем эти углы являются вертикальными.

Вопрос: верно ли утверждение, что любые вертикальные углы равны?

9. Самостоятельное доказательство учащимися свойства вертикальных углов (рис. 41) и запись этого доказательства в тетрадях.

10. Устно решить задачу № 65 (использовать таблицу «Вертикальные углы»).

11. Устно решить задачу № 67 по рисунку 47.

12. Ввести понятие перпендикулярных прямых (использовать таблицу «Перпендикулярные прямые» (рис. 42).

13. Учащиеся самостоятельно, используя свойства вертикальных и смежных углов, должны обосновать тот факт, что если при пересечении двух прямых один из образовавшихся углов прямой, то остальные углы также прямые.

14. Выполнение практического задания № 57.

15. Беседа о построении прямых углов на местности (п. 13) с демонстрацией изготовленного учащимися экера.

III. Самостоятельная работа.

Вариант I

1. Один из смежных углов на 27° меньше другого. Найдите оба смежных угла.

2. Найдите все неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если сумма двух из них равна 226°.

Вариант II

1. Один из смежных углов в девять раз больше другого. Найдите оба смежных угла.

2. Найдите все неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если один из них на 81° больше другого.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить пункты 11–13 из § 6; ответить на вопросы 17–21 на с. 26; выполнить практическое задание № 56; решить задачи № 61 (а, б), 66 (а), 68.

Повторить весь изученный материал и подготовиться к контрольной работе, просмотрев по тетрадям решение задач.

Урок 7
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1
(1 час)

Цели: проверить знания, умение решать задачи и навыки учащихся по теме «Измерение отрезков. Измерение углов. Смежные и вертикальные углы».

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы.

II. Выполнение работы по двум (трём) вариантам.

Вариант I

1. Три точки *В, С* и *Д* лежат на одной прямой. Известно, что *ВД* = 17 см, *ДС* = 25 см. Какой может быть длина отрезка *ВС*?

2. Сумма вертикальных углов *МОЕ* и *ДОС*, образованных при пересечении прямых *МС* и *ДЕ*, равна 204°. Найдите угол *МОД*.

3. С помощью транспортира начертите угол, равный 78°, и проведите биссектрису смежного с ним угла.

Вариант II

1. Три точки *M, N* и *K* лежат на одной прямой. Известно, что *MN* = 15 см, *NK* = 18 см. Каким может быть расстояние *МК*?

2. Сумма вертикальных углов *АОВ* и *СОД*, образованных при пересечении прямых *АД* и *ВС*, равна 108°. Найдите угол *ВОД*.

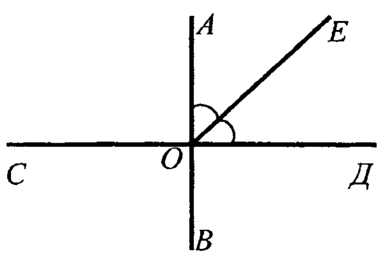
3. С помощью транспортира начертите угол, равный 132°, и проведите биссектрису одного из смежных с ним углов.

Вариант III

(для более подготовленных учащихся)

1. Лежат ли точки *M, N* и *P* на одной прямой, если *MP* = 12 см, *MN* = 5 см, *PN* = 8 см?

2. Найдите неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если разность двух из них равна 37°.



3. На рисунке $AB \perp CД$, луч *ОЕ* – биссектриса угла *АОД*. Найдите угол *СОЕ*.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить § 1–6 и подготовиться к устному опросу, который будет проводиться во внеурочное время.

Примерные варианты карточек для устного опроса учащихся.

Вариант I

1. Какая точка называется серединой отрезка?

2. Отметьте точку *C* на прямой *AB* так, чтобы точка *B* оказалась серединой отрезка *AC*.

3. Отрезок длиной 18 см разделен точкой на два неравных отрезка. Чему равно расстояние между серединами этих отрезков?

Вариант II

1. Какой луч называется биссектрисой угла?

2. Начертите угол *BAC*, а затем с помощью транспортира и линейки проведите луч *АД* так, чтобы луч *AB* оказался биссектрисой угла *САД*. Всегда ли это выполнимо?

3. Чему равна градусная мера угла, образованного биссектрисами двух смежных углов?

Вариант III

1. Какие углы называются смежными? Чему равна сумма смежных углов? Могут ли быть смежными прямой и острый углы?

2. Начертите угол, смежный с данным углом. Сколько таких углов можно начертить?

3. Градусные меры двух смежных углов относятся как 3 : 7. Найдите эти углы.

Вариант IV

1. Какие углы называются вертикальными? Каким свойством обладают вертикальные углы? Сколько пар вертикальных углов образуется при пересечении двух прямых?

2. Начертите три прямые *AB*, *СД* и *MK*, пересекающиеся в точке *O*. Назовите пары получившихся вертикальных углов.

3. При пересечении двух прямых образовались четыре неразвернутых угла. Найдите эти углы, если сумма трех углов равна 290°.

Вариант V

1. Какие прямые называются перпендикулярными? Каким свойством обладают две прямые, перпендикулярные к третьей?

2. Начертите прямую *a* и отметьте точку *M*, не лежащую на ней. С помощью чертежного угольника проведите через точку *M* прямую, перпендикулярную к прямой *a*.

3. Начертите тупой угол *ABC* и отметьте точку *Д* вне его. С помощью чертежного угольника через точку *Д* проведите прямые, перпендикулярные к прямым *AB* и *BC*.

Глава II. ТРЕУГОЛЬНИКИ
(14 часов)

Во второй главе изучаются признаки равенства треугольников. Они являются основным рабочим аппаратом всего курса геометрии. Доказательства большей части теорем курса строятся по схеме: поиск равных треугольников – доказательство их равенства – следствия, вытекающие из равенства треугольников. Признаки равенства треугольников открывают широкие возможности для решения задач и, таким образом, позволяют накапливать опыт доказательных рассуждений. Доказательства первого и второго признаков состоят в том, что один треугольник совмещается с другим путем наложения, а это означает, что треугольники равны по определению равенства фигур. Этот приём нагляден, понятен учащимся, вполне соответствует их представлениям о равенстве фигур.

На начальном этапе изучения признаков равенства треугольников полезно больше внимания уделять решению задач по готовым чертежам, применяя таблицы и ТСО. В дальнейшем при решении задач данной главы нужно нацеливать учащихся на самостоятельное выполнение рисунка по условию задачи, что во многих случаях помогает быстрее найти и применить подходящий признак равенства треугольников.

Второй важный момент данной главы – введение нового класса задач – на построение с помощью циркуля и линейки.

Урок 1
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ (§ 1)
(3 часа)

Цели: ввести понятия треугольника и его элементов, периметра треугольника; учить оформлять и решать задачи; развивать логическое мышление учащихся.

Оборудование: различные многоугольники и треугольники, вырезанные из бумаги или изготовленные из проволоки; таблицы «Виды треугольников» и «Равенство треугольников».

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

1. Сообщение итогов контрольной работы.

2. Ошибки, допущенные учащимися в ходе работы.

3. Решение на доске задач, вызвавших затруднения у учащихся.

II. Изучение нового материала методом беседы.

1. Понятие треугольника знакомо учащимся, поэтому изучение темы начинается с демонстрации различных многоугольников, треугольников, изготовленных из бумаги, проволоки либо изображенных на таблице или классной доске.

2. Учащиеся выделяют треугольники, указывают и называют их стороны, вершины и углы. Обозначение треугольника, его углов, сторон.

3. Выполнение практического задания:

1) Начертите треугольник *ABC* и проведите отрезок, соединяющий вершину *A* с серединой противоположной стороны.

2) Начертите треугольник *MNP*. На стороне *MP* отметьте произвольную точку *K* и соедините ее с вершиной, противолежащей стороне *MP*.

3) Назовите углы: а) треугольника *ДЕК*, прилежащие к стороне *ЕК*; б) треугольника *MNP*, прилежащие к стороне *MN*.

4) Назовите угол: а) треугольника *ДЕ*К, заключенный между сторонами *ДЕ* и *ДК*; б) треугольника *MNP*, заключенный между сторонами *NP* и *PM*.

5) Между какими сторонами: а) треугольника *ДЕК* заключен угол *К*; б) треугольника *MNP* заключен угол *N*?

4. Выполнение заданий № 87 и 88 для лучшего усвоения понятий треугольника и его элементов.

5. Введение понятия периметра треугольника. Записать в тетради: *сумма длин трех сторон треугольника называется его периметром.*

6. Решение задачи № 91 с оформлением на доске и в тетрадях учащихся:

Дано: $P_{\Delta ABC} = 48$ см, $AC = 18$ см, $BC - AB = 4{,}6$ см.

Найти: AB и BC.

Решение

Обозначим длину стороны AB в сантиметрах буквой x, тогда $BC = (x + 4{,}6)$ см;

48 см $= AB + AC + BC = x + x + 4{,}6 + 18$ см, откуда

$2x = 25{,}4$; $x = 12{,}7$.

Значит, $AB = 12{,}7$ см; $BC = 12{,}7 + 4{,}6 + 17{,}3$ (см).

Ответ: 12,7 см и 17,3 см.

7. Вспомнить, какие фигуры называются равными. Записать в тетрадях определение:

Два треугольника называются равными, если каждой стороне и каждому углу в любом из них найдется равный элемент в другом.

8. Работа по рис. 50 и таблице «Равенство треугольников».

Обратить внимание учащихся на то, что из равенства треугольников следует равенство соответствующих, то есть совмещающихся при наложении сторон и углов этих треугольников, и что в равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы и обратно, против соответственно равных углов лежат равные стороны.

9. Устно решить задание: на каждом из рисунков 1 и 2 изображены равные между собой треугольники. Указать соответственно равные элементы этих треугольников.

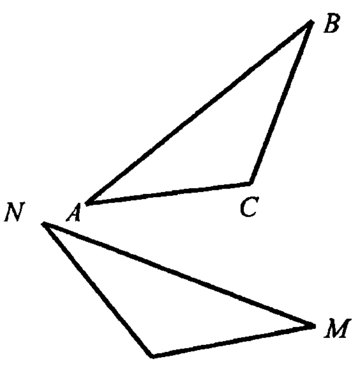


Рис. 1

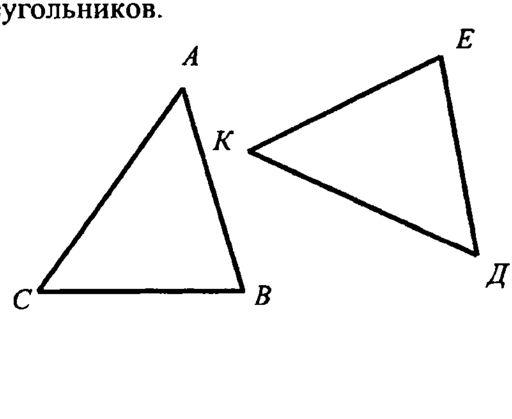


Рис. 2

10. Устное решение задачи № 92.

11. Письменно решить задачу:

Треугольники ABC и MNP равны, причем $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$ и $\angle C = \angle P$. Найдите стороны ΔMNP, если $AB = 7$ см, $BC = 5$ см, $CA = 3$ см.

Решение

$\Delta ABC = \Delta MNP$ по условию, поэтому углы и стороны ΔABC соответственно равны углам и сторонам треугольника MNP. Из условия задачи следует, что соответственно равными являются стороны AB и MN, BC и NP, CA и PM.

Значит, $MN = 7$ см, $NP = 5$ см, $PM = 3$ см.

III. Закрепление изученного материала.

1. Учащиеся самостоятельно выполняют практическое задание № 89 (б; в).

Учитель просматривает выполнение этого задания и устраняет ошибки.

2. Решение задачи № 90 (самостоятельно).

IV. Итоги урока.

Используя таблицы, учитель с помощью вопросов выясняет, умеют ли учащиеся объяснить, какая фигура называется треугольником, и назвать его элементы; знают ли, что такое периметр треугольника, какие треугольники называются равными.

Домашнее задание: изучить п. 14 из § 1; ответить на вопросы 1 и 2 на с. 49; решить задачу № 156; выполнить практическое задание 89 (а).

Урок 2

Цели: разъяснить смысл слов «теорема» и «доказательство теоремы»; сформулировать и доказать первый признак равенства треугольников.

Ход урока

I. Актуализация опорных знаний.

Вопросы к учащимся:

1. Повторить определение смежных углов и их свойство.

2. Повторить определение вертикальных углов и их свойство.

3. Вспомнить определение равных фигур, биссектрисы угла.

4. Вспомнить, какой угол называется острым, прямым, тупым.

5. Повторить определение треугольника, его элементов; определение периметра треугольника; определение равных треугольников.

II. Объяснение нового материала.

1. Разъяснение смысла слов «теорема» и «доказательство теоремы», так как с этими понятиями учащиеся встречаются впервые.

В геометрии каждое утверждение, справедливость которого устанавливается путем рассуждений, называется *теоремой*, а сами рассуждения называются *доказательством теоремы.*

2. Напомнить учащимся, что приведенные ранее рассуждения о свойстве смежных и о равенстве вертикальных углов были доказательствами теорем, хотя мы их еще так не называли.

3. Повторить с учащимися понятие равенства фигур (отрезков, углов, треугольников), используя при этом таблицы, модели, кодопозитивы.

4. Сформулировать и доказать теорему, выражающую первый признак равенства треугольников (это объясняет учитель).

5. После доказательства теоремы (пункта 15) учитель разъясняет смысл слова «признак», отметив, что доказанный признак дает возможность устанавливать равенство двух треугольников, не производя фактического наложения одного из них на другой, а сравнивая только некоторые элементы треугольника.

III. Закрепление изученного материала.

Желательно рассмотреть как можно больше задач, решаемых по готовым чертежам.

1. Решение задач (устно) по готовым чертежам на доске *(учитель использует цветные мелки для выделения одним цветом равных элементов).*

Задание: найдите пары равных треугольников (см. рис. 1–4) и докажите их равенство.

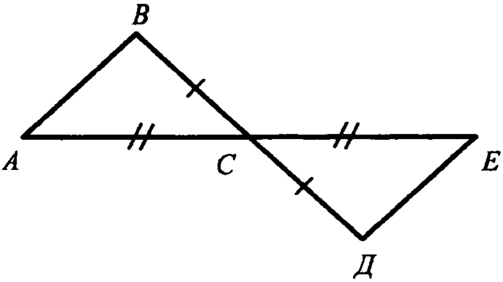


Рис. 1

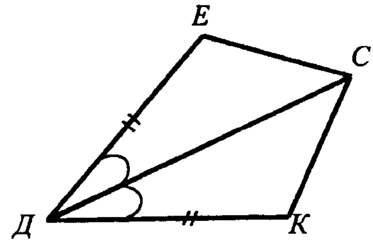


Рис. 2

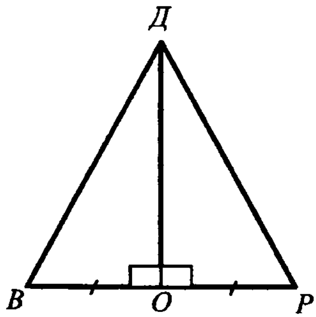


Рис. 3

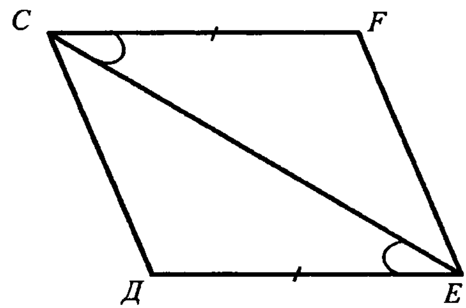


Рис. 4

2. Решить задачу № 96 на доске и в тетрадях (по рис. 54).

Решение

Рассмотрим ΔAOB и $\Delta ДOC$:

$OA = OД$ (по условию)
$OB = OC$ (по условию)
$\angle AOB = \angle ДOC$ (вертикальные углы равны)

$\Rightarrow$ $\Delta AOB = \Delta ДOC$ (*I признак,* равны по двум сторонам и углу между ними).

Тогда $\angle ДCO = \angle ABO = 74°$.

$\angle ACД = \angle ACO + \angle ДCO = 36° + 74° = 110°$.

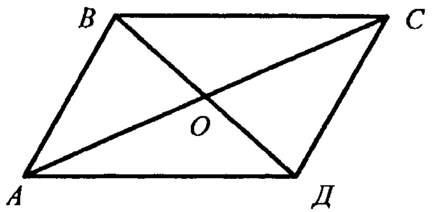
Ответ: 110°.

3. Самостоятельно учащиеся решают задачу № 1:

Из точек A и B на прямую a опущены перпендикуляры AC и $BД$, причем $AC = BД$.

Докажите, что $\Delta ACД = \Delta BДC$.

4. Задача № 2.



Дано: $\Delta AOB = \Delta CO Д$.

Доказать: $\Delta BOC = \Delta ДOA$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: знать доказательство первого признака равенства треугольников п. 15, решить задачи № 93, 94 и 95.

Урок 3

Цели: выработать у учащихся умение применять при решении задач изученные свойства и теорему о равенстве треугольников по двум сторонам и углу между ними; развивать логическое мышление учащихся.

Ход урока

I. Проверка усвоения изученного материала.

1. Проверить знание первого признака равенства треугольников (один человек – у доски и можно три человека с листочками – за первыми партами).

2. Два человека у доски записывают решение домашних задач № 94 и 95.

3. Устная работа с классом:

1) Контрольные вопросы 1–4 на с. 49–50.

2) Решение задач по готовым чертежам:

а) Какие треугольники равны на рисунке 1 и почему?

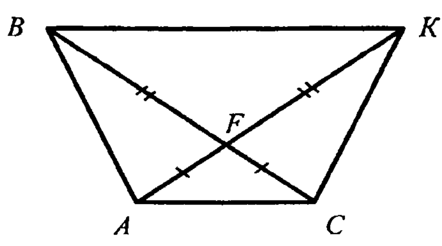
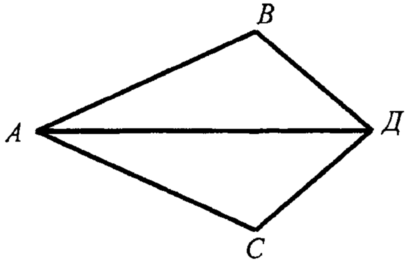


Рис. 1

б) На рисунке 2 в треугольниках *АВД* и *АСД*



$\angle BAД = \angle CAД$; $AB = AC$. Найдите периметр $\Delta ABД$, если $AC = 5$ см, $CД = 3$ см, $AД$ больше AC на 2 см.

Рис. 2

в) $\Delta MNO = \Delta MRO$ (рис. 3). Доказать, что $\Delta NOP = \Delta ROP$.

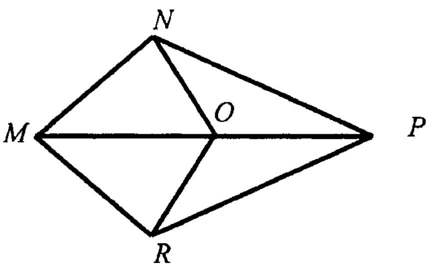
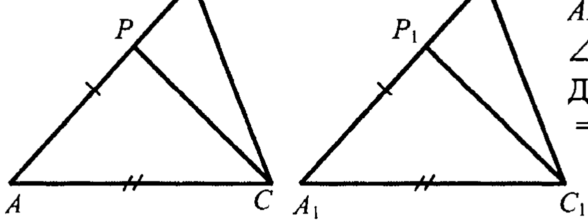


Рис. 3

II. Решение задач.

При построении чертежей обязательно использовать цветные мелки.

1. Решить задачу № 98 *(решение объясняет учитель, привлекая учащихся).*



Д а н о: ΔACB и $\Delta A_1C_1B_1$; $AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$; $\angle A = \angle A_1$; $AP = A_1P_1$.

Д о к а з а т ь: $\Delta BPC = \Delta B_1P_1C_1$.

Доказательство

Рассмотрим ΔACB и $\Delta A_1C_1B_1$:

$AB = A_1B_1$ (по условию), $AC = A_1C_1$ (по условию),

$\angle A = \angle A_1$ (по условию), тогда $\Delta ACB = \Delta A_1C_1B_1$ (первый признак, равны по двум сторонам и углу между ними).

Отсюда $BC = B_1C_1$ и $\angle B$ и $\angle B_1$.

По условию $AB = A_1B_1$ и $AP = A_1P_1$, то $PB = P_1B_1$.

Рассмотрим ΔBPC и $\Delta B_1P_1C_1$:

$BC = B_1C_1$

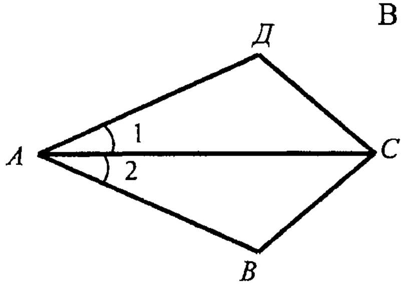
$PB = P_1B_1$ ⇨ $\Delta BPC = \Delta B_1P_1C_1$ (первый признак, треугольники равны по двум сторонам и углу между ними).

$\angle B = \angle B_1$

2. Решить задачу № 99 на доске и в тетрадях.

III. Самостоятельная работа (10 минут).

Вариант I



Докажите равенство треугольников *АДС* и *АВС*, изображенных на рисунке, если *АД* = *АВ* и $\angle 1 = \angle 2$. Найдите углы *АДС* и *АСД*, если $\angle ABC = 108°$, $\angle ACB = 32°$.

Вариант II

Докажите равенство треугольников *АВС* и *АДС*, изображенных на рисунке 53 учебника, если *АВ* = *ДС* и $\angle 4 = \angle 3$. Найдите углы *АСВ* и *АДС*, если $\angle ABC = 102°$, $\angle BCA = 38°$.

Вариант III

(для более подготовленных учащихся)

Известно, что ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$, причем $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки $Д$ и $Д_1$ так, что $СД = C_1Д_1$.

Докажите, что $\Delta CBД = \Delta C_1B_1Д_1$.

Вариант IV
(для более подготовленных учащихся)

Известно, что треугольник MKP равен треугольнику $M_1K_1P_1$, причем $\angle M = \angle M_1$, $\angle K = \angle K_1$. На сторонах MP и M_1P_1 отмечены точки E и E_1 так, что $ME = M_1E_1$.

Докажите, что $\Delta MEK = \Delta M_1E_1K_1$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 14, 15; ответить на вопросы 1–4 на с. 49–50; решить задачи № 97, 160(а).

МЕДИАНЫ, БИССЕКТРИСЫ И ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА (§ 2)

(3 часа)

Урок 1
ПЕРПЕНДИКУЛЯР К ПРЯМОЙ. МЕДИАНЫ, БИССЕКТРИСЫ И ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Цели: ввести понятие перпендикуляра к прямой и доказать теорему о перпендикуляре; ввести понятия медианы, биссектрисы и высоты треугольника и научить учащихся их строить.

Наглядные пособия: таблица «Медианы, биссектрисы и высоты треугольника»; транспортиры; прямоугольные треугольники.

Ход урока

I. Анализ результатов самостоятельной работы.

II. Изучение нового материала.

1. Введение понятия *перпендикуляра к прямой* (рис. 55).

Учащиеся должны уяснить, что перпендикуляр AH, проведенный из точки A к прямой a, – это такой отрезок, для которого выполнены следующие два условия: 1) прямая AH перпендикулярна к прямой a ($AH \perp a$); 2) $A \notin a$, $H \in a$.

2. Выполнение практического задания 100.

3. Доказательство теоремы о перпендикуляре к прямой проводит сам учитель по рисункам 56, 57 без записи доказательства этой теоремы в тетрадях.

4. Решение задачи № 105 (устно по готовому чертежу).

5. Введение понятия *медианы треугольника* (использовать таблицу «Медианы, биссектрисы и высоты треугольника) и построение учащимися медиан треугольника (рис. 59).

6. Введение понятия *биссектрисы треугольника* и построение учащимися биссектрис углов треугольника с помощью транспортира (рис. 60).

Обратить внимание учащихся на различие между биссектрисой угла (луч, делящий угол на два равных угла) и биссектрисой треугольника (отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны).

7. Введение понятия *высоты треугольника* (использовать таблицу) и построение учащимися высот в остроугольном, прямоугольном и тупоугольном треугольниках с помощью прямоугольных треугольников (рис. 61 и 62).

У учащихся вызывает затруднение проведение высоты из вершины острого угла в тупоугольном треугольнике, поэтому учитель объясняет построение высот в различных тупоугольных треугольниках.

III. Практическая работа.

Для закрепления навыков построения медиан, биссектрис и высот треугольника учащиеся выполняют практические задания № 101, 102 и 103, а учитель просматривает выполняемые учащимися построения и оказывает необходимую помощь.

IV. Итоги урока.

Выяснить, какими свойствами обладают медианы, биссектрисы и высоты треугольника.

Домашнее задание: изучить пункты 16 и 17; ответить на вопросы 5–9 на с. 50; выполнить на отдельных листочках практические задания № 101, 102 и 103 и сдать учителю на проверку.

Решить задачи:

1. AC – биссектриса $\angle A$ треугольника $АВД$. Докажите, что $\Delta BAC = \Delta ДAC$.

2. В треугольнике *АСД* проведены медианы *АЕ, СВ* и *ДF*. Длины отрезков *AF, ВД* и *СЕ* соответственно равны 4 см, 3 см и 2 см. Найдите периметр треугольника *АСД*.

3. *DN* – высота треугольника *MNK; МД = ДК*.

Доказать, что $\Delta MN Д = \Delta KN Д$.

Урок 2
СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Цели: закрепить изученный материал; ввести определение равнобедренного треугольника; доказать теоремы о свойствах равнобедренного треугольника.

Ход урока

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Фронтальный опрос по вопросам 1–9 на с. 49–50.
2. Устная проверка решения домашних задач.

II. Объяснение нового материала.

1. Определение равнобедренного треугольника; его боковые стороны и основание (рис. 63).

2. Определение равностороннего треугольника.

3. Устно решить задачи (по готовым чертежам):

1) Дан равнобедренный треугольник *СДЕ* с основанием *ДЕ*. Назовите боковые стороны, углы при основании и угол, противолежащий основанию этого треугольника.

2) В равнобедренном треугольнике *МДК МК = ДК*. Назовите боковые стороны, основание, угол, противолежащий основанию, и углы при основании этого треугольника.

4. Доказательство теоремы о свойствах углов при основании равнобедренного треугольника.

Чертеж, краткую запись условия и заключение теоремы, а также основные этапы доказательства полезно записать на доске и в тетрадях учащихся.

Дано: ΔABC – равнобедренный, BC – основание.

Доказать: $\angle B = \angle C$.

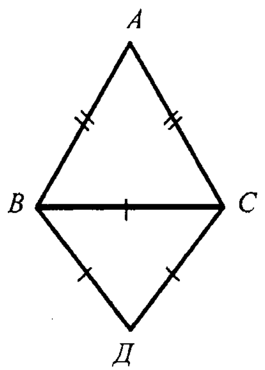
Доказательство

Проведем биссектрису $АД$ треугольника (рис. 64 учебника). $\Delta АВД = \Delta АСД$ по двум сторонам и углу между ними ($АВ = АС$ по условию, $АД$ – общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$, так как $АД$ – биссектриса). Значит, $\angle B = \angle C$, что и требовалось доказать.

Это свойство в дальнейшем часто используется при решении задач и доказательстве теорем, поэтому оно должно быть хорошо усвоено.

III. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачу № 108.



Дано: ΔABC – равнобедренный;
$\Delta ВСД$ – равносторонний.
$P_{\Delta ABC} = 40$ см; $P_{\Delta ВСД} = 45$ см.
Найти: AB и BC.

Решение

$BC = СД = ВД$ (по условию),
$P_{\Delta ВСД} = 45$ см $= 3BC$, отсюда
$BC = 45 : 3 = 15$ (см).
По условию $P_{\Delta ABC} = 40$ см, $BC = 15$ см, тогда $AB + AC = 40 - 15 = 25$ (см). Так, по условию ΔABC – равнобедренный, то $AB = AC = 25 : 2 = 12{,}5$ (см).

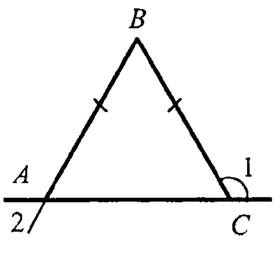
Ответ: $AB = 12{,}5$ см; $BC = 15$ см.

2. Устно решить задачу № 116.

3. Задачу № 112 по рисунку 66 решить на доске и в тетрадях.

Дано: ΔABC; $AB = BC$; $\angle 1 = 130°$.

Найти: $\angle 2$.



Решение

По условию $AB = BC$, тогда ΔABC – равнобедренный по определению, значит, $\angle BAC = \angle BCA$ (по свойству равнобедренного треугольника). $\angle BCA + \angle 1 = 180°$ (свойство смежных углов). Отсюда $\angle BCA = 180° - \angle 1 = 180° - 130° = 50°$; значит, и $\angle BAC = 50°$.

Так как $\angle BAC = \angle 2$ (вертикальные углы равны), то $\angle 2 = 50°$.

Ответ: 50°.

4. Разобрать решение задачи сначала устно путем логических рассуждений, строя чертежи, а затем решение записать на доске и в тетрадях.

В равнобедренном треугольнике сумма всех углов равна 180°. Найдите углы этого треугольника, если известно, что:

а) один из них равен 105°;

б) один из них равен 38° (рассмотреть два случая).

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 18 с доказательством теоремы об углах при основании равнобедренного треугольника; ответить на вопросы 10–12 на с. 50; решить задачи № 104, 107 и 117.

Урок 3
СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Цели: изучить свойство биссектрисы (медианы, высоты) равнобедренного треугольника, проведенной к основанию; изучить признак равнобедренного треугольника и закрепить знание свойств равнобедренного треугольника при решении задач; развивать логическое мышление учащихся.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания учащихся.

1. Один учащийся на доске готовит доказательство теоремы о свойстве углов при основании равнобедренного треугольника.

2. Второй учащийся решает на доске домашнюю задачу № 117 (по рис. 67).

3. Устно по готовым чертежам на доске (см. рис. 1–3) решаем задачи, предварительно повторив материал в ходе ответов учащихся на контрольные вопросы 10–12 на с. 50.

Найдите $\angle ДBA$.

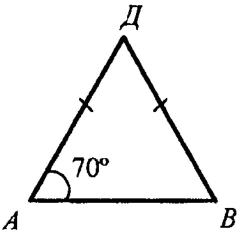


Рис. 1

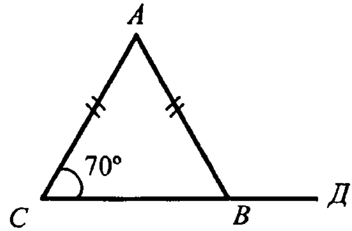


Рис. 2

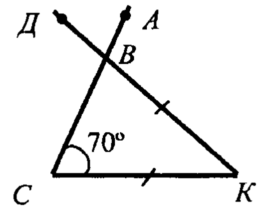


Рис. 3

II. Изучение нового материала.

1. Сформулировать и записать признак равнобедренного треугольника (обратная теорема свойства углов равнобедренного треугольника):

Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

2. Решить задачу № 111 (по рис. 65) устно по заранее заготовленному чертежу на доске.

3. Изучить теорему о биссектрисе равнобедренного треугольника, проведенной к основанию (рис. 64):

1) перед изучением теоремы повторить первый признак равенства треугольников; повторить определение биссектрисы, медианы и высоты треугольника; определение и свойство смежных углов треугольника;

2) учить учащихся при формулировке теоремы выделять, что дано, что надо доказать; учить краткой записи доказательства теоремы.

4. Объяснение учителя. Мы установили, что биссектриса, медиана и высота равнобедренного треугольника, проведенные к основанию, совпадают. Поэтому справедливы также утверждения:

1) Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой.

2) Медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой.

5. Устно решить задачу № 110.

III. Решение задач на закрепление изученного материала.

1. Решение задач (устно) по готовым чертежам (заранее изготовить плакаты с рисунками, см. рис. 1–5).

Найдите $\angle ДВА$ *(учить учащихся читать чертеж по обозначениям на нем).*

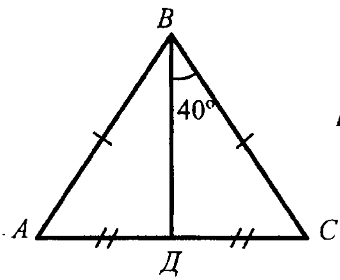


Рис. 1

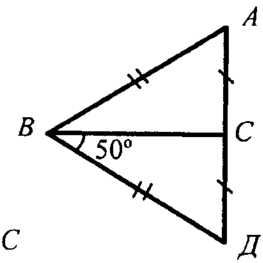


Рис. 2

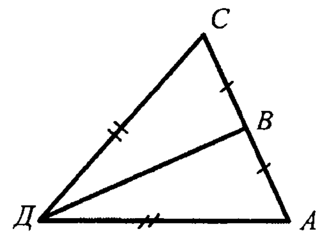


Рис. 3

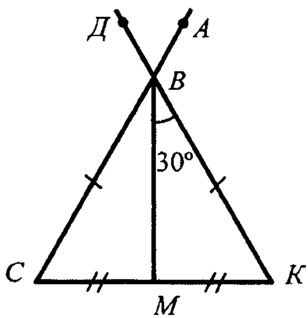


Рис. 4

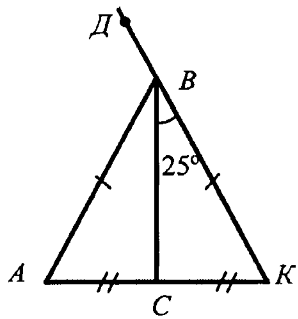
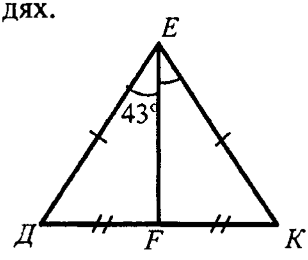


Рис. 5

2. Решить задачу № 119 с записью решения на доске и в тетрадях.



Д а н о: $\Delta ДЕК$ – равнобедренный;
EF – биссектриса;
$ДК = 16$ см, $\angle ДEF = 43°$.

Н а й т и: KF, $\angle ДЕК$, $\angle EFД$.

Р е ш е н и е

1) По условию EF – биссектриса $\Delta ДЕК$ и $\angle ДEF = 43°$, тогда $\angle ДЕК = 2 \cdot \angle ДEF = 43° \cdot 2 = 86°$.

2) EF – медиана равнобедренного $\Delta ДЕК$ (по свойству биссектрисы, проведенной к основанию), тогда $KF = \frac{1}{2} ДК$;

$KF = 16 : 2 = 8$ (см).

3) EF – высота равнобедренного $\Delta ДЕК$ (свойство биссектрисы, проведенной к основанию равнобедренного треугольника). Значит, $\angle EFД = \angle EFK = 90^\circ$.

Ответ: KF = 8 см; $\angle ДЕК = 86^\circ$; $\angle EFД = 90^\circ$.

3. Решить задачу № 120 (а) с записью решения на доске и в тетрадях.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить п. 15; изучить пункты 16–18, ответить на вопросы 4–13 на с. 50; решить задачи № 114, 118 и 120 (б).

ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ (§ 3)

(3 часа)

Урок 1
ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цели: повторить и закрепить изученный ранее материал; изучить второй признак равенства треугольников и выработать навыки использования первого и второго признаков равенства треугольников при решении задач; развивать логическое мышление учащихся.

Ход урока

I. Устная работа.

1. Ответы на контрольные вопросы 4 –13 на с. 50.

2. Решение задач по готовым чертежам с целью повторения первого признака равенства треугольников:

1) На рисунке 1 $ДЕ = ДК$, $\angle 1 = \angle 2$. Найдите EC, $\angle ДСК$ и $\angle ДКС$, если $KC = 1{,}8$ дм; $\angle ДСЕ = 45^\circ$, $\angle ДЕС = 115^\circ$.

2) На рисунке 2 $OB = OC$, $AO = ДO$; $\angle ACB = 42^\circ$, $\angle ДCF = 68^\circ$.
Найдите $\angle ABC$.

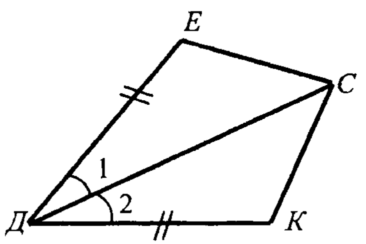


Рис. 1

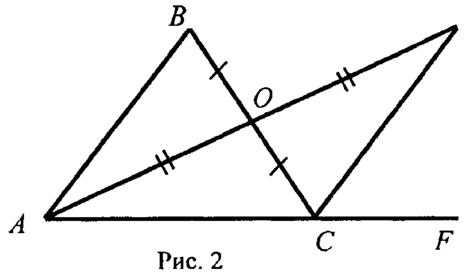


Рис. 2

II. Объяснение нового материала.

1. Выполнение учащимися практического задания: с помощью транспортира и масштабной линейки начертить треугольник ABC так, чтобы $\angle A = 46°$, $\angle B = 58°$, AB = 4,8 см.

2. Формулировка и доказательство второго признака равенства треугольников (на доске и в тетрадях).

При доказательстве второго признака желательно отметить аналогию с доказательством первого признака: в том и другом случае равенство треугольников доказывается путем такого наложения одного треугольника на другой, при котором они полностью совмещаются.

III. Закрепление изученного материала.

1. Устно по готовым рисункам (рис. 3–7) решить задачи:

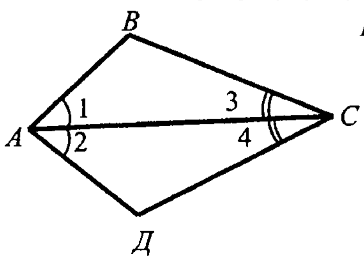


Рис. 3

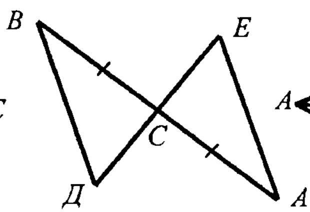


Рис. 4

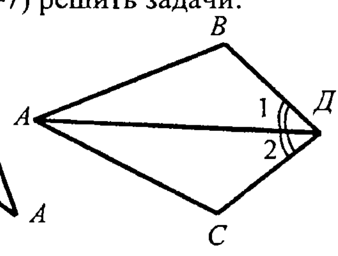


Рис. 5

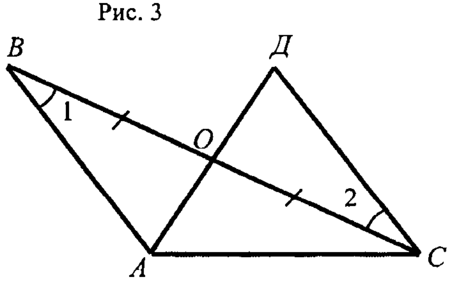


Рис. 6

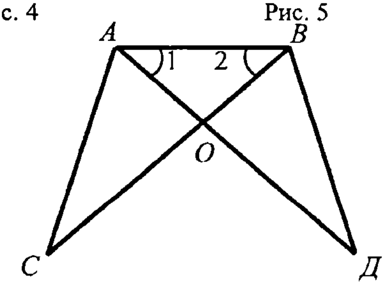


Рис. 7

1) На рисунке 3 $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что $\Delta ABC =$ $= \Delta AДC$.

2) На рисунке 4 AC = CB, $\angle A = \angle B$. Докажите, что $\Delta BCД =$ $= \Delta ACE$.

3) На рисунке 5 луч $AД$ – биссектриса угла BAC, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $\Delta ABД = \Delta ACД$.

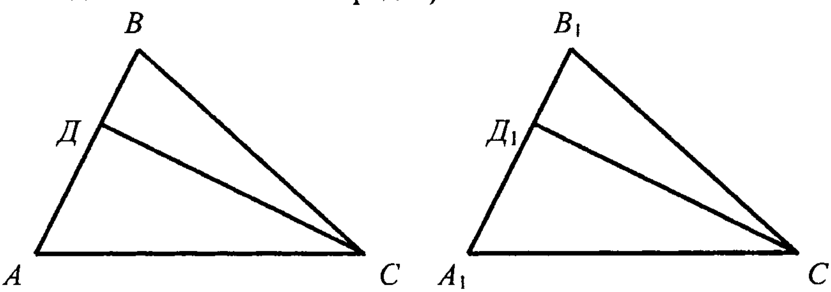
4) На рисунке 6 $BO = OC$, $\angle 1 = \angle 2$. Укажите равные треугольники на этом рисунке.

5) На рисунке 7 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle CAB = \angle ДBA$. Укажите равные треугольники на этом рисунке.

2. Решить задачу № 121 (самостоятельно).

3. Решить задачу № 126 (по рис. 74).

4. Решить задачу № 127 (записать решение этой более сложной задачи на доске и в тетрадях):



Дано: ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$; $BC = B_1C_1$; $\angle B = \angle B_1$; $Д \in AB$; $Д_1 \in A_1B_1$; $\angle ACД$ и $\angle A_1C_1Д_1$.

Доказательство

1) $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними, первый признак ($AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ и $\angle B = \angle B_1$ по условию), значит, $\angle ACB$ и $\angle A_1C_1B_1$.

2) $\angle BCД = \angle ACB - \angle ACД$; $\angle B_1C_1Д_1 = \angle A_1C_1\ B_1 - \angle A_1C_1Д_1$. Так как $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ и $\angle ACД = \angle A_1C_1Д_1$ (по условию), то $\angle BCД =$ $= \angle B_1C_1Д_1$.

3) $\Delta BCД = \Delta B_1C_1Д_1$ по стороне и прилежащим к ней углам, второй признак ($BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle BCД = \angle B_1C_1Д_1$), что и требовалось доказать.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: выучить доказательство теоремы из п. 19; решить задачи № 124, 125, 128.

Урок 2
ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цели: изучить третий признак равенства треугольников и закрепить его знание в ходе решения задач; выработать у учащихся умение применять изученные теоремы при решении задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Обсудить решения домашних задач, ответить на вопросы учащихся.

2. Устный опрос учащихся с использованием вопросов 1–14 на с. 49–50.

3. Решение задач (устно) по готовым чертежам (см. рис. 1, 2) на применение первого и второго признаков равенства треугольников и свойств равнобедренного треугольника:

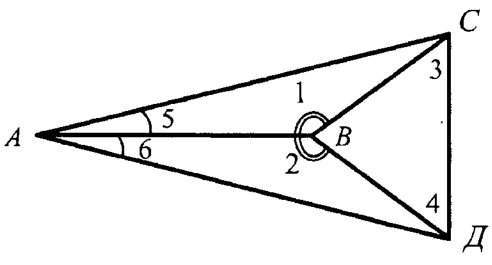


Рис. 1

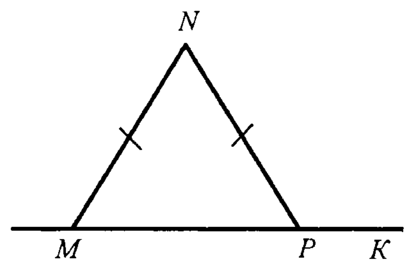


Рис. 2

1) На рисунке 1 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$, $AC = 12$ см, $BД = 5$ см, $\angle 4 = 27°$. Найдите $AД$, BC и $\angle 3$.

2) На рисунке 2 $MN = NP$, $\angle NPK = 152°$. Найдите $\angle NMP$.

3) На рисунке 70, *а* учебника $A_1C = A_1C_1$; $CB_1 = C_1B_1$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta ABC_1$.

II. Изучение нового материала.

1. Формулировка третьего признака равенства треугольников и его доказательство.

Можно дать формулировку третьего признака в таком виде: *Два треугольника будут равными, если для каждой стороны одного треугольника найдется равная сторона в другом треугольнике.*

Доказательство третьего признака равенства треугольников отличается от доказательств первого и второго признаков тем, что здесь не проводится наложение одного треугольника на другой. В процессе изучения теоремы о третьем признаке весьма полезна работа с рисунком 70, *б* и *в* учебника, по которому можно показать, что в случае, когда луч C_1C совпадает с одной из сторон угла $A_1C_1B_1$ или проходит вне этого угла, доказательство проводится аналогично случаю, когда луч C_1C проходит внутри угла $A_1C_1B_1$ или проходит вне этого угла, доказательство проводится аналогично случаю, когда луч C_1C проходит внутри угла $A_1C_1B_1$ (рис. 70, *а*). Можно также, после того как доказательство теоремы изложено учителем по рис. 70, *а*, предложить одному из учащихся доказать третий признак равенства треугольников для случая, изображенного на рисунке 70, *в*).

2. Треугольник – жесткая фигура (рис. 71 и 72).

III. Закрепление изученного материала.

1. Устно решить задачи по готовым чертежам (см. рис. 1–6).

Найдите пары равных треугольников и докажите их равенство *(цель устной работы – учить учащихся читать чертеж по изображениям на нем равных элементов):*

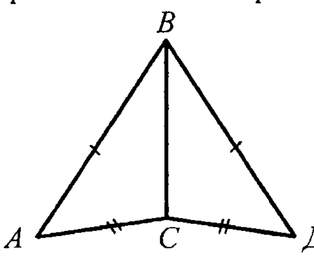


Рис. 1

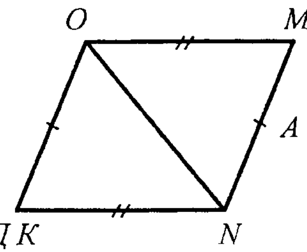


Рис. 2

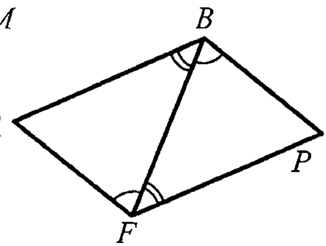


Рис. 3

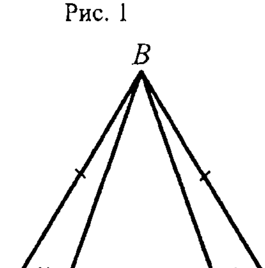


Рис. 4

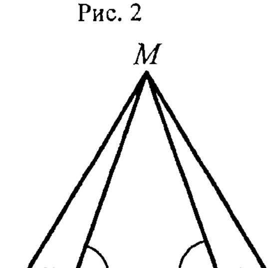


Рис. 5

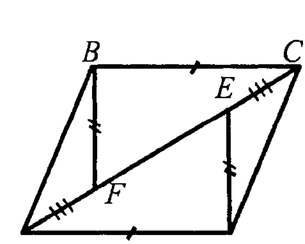
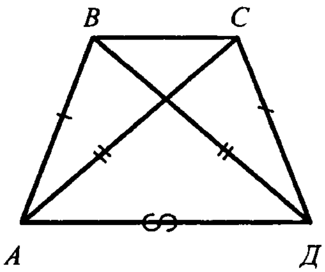


Рис. 6

2. Устно решить задачу № 135.

3. Решить задачу № 138 на доске и в тетрадях (по рис. 75):



Дано: $AB = CД$ и $BД = AC$.
Доказать: а) $\angle CAД = \angle AДB$;
б) $\angle BAC = \angle CДB$.

Доказательство

1) Рассмотрим треугольник $ABД$ и треугольник $ДCA$ *(можно отрезок BC сначала стереть на доске, тогда учащиеся легко доказывают равенство этих треугольников)*:

$AB = CД$ (по условию)
$BД = AC$ (по условию)
$AД$ – общая сторона (знак ∽) ⇒ $\Delta ABД = \Delta ДCA$ (третий признак по трем сторонам).

Отсюда имеем, что в равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, значит, $\angle CAД = \angle AДB$.

2) Рассмотрим треугольник BAC и треугольник $CДB$ *(восстанавливаем на доске отрезок BC и стираем отрезок AД)*.

BC – общая сторона этих треугольников. Аналогично доказывается равенство $\Delta BAC = \Delta CДB$ по третьему признаку. Тогда $\angle BAC = \angle CДB$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 15–19; изучить п. 20; решить задачи № 136, 137, 134.

Урок 3
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: повторить и закрепить изученный материал в ходе решения задач; учить учащихся умению применять изученные теоремы при решении задач; развивать логическое мышление.

Ход урока

I. Актуализация опорных знаний.

1. Провести фронтальный опрос учащихся по вопросам 1–15 на с. 49–50 без доказательств.

2. Устное решение задач:

1) В двух треугольниках равны по две стороны и по одному углу. Всегда ли равны эти треугольники?

2) В двух треугольниках равны по одной стороне и по два угла. Всегда ли равны эти треугольники?

3) Оба треугольника равносторонние и имеют только по одной равной стороне. Равны ли эти треугольники?

4) $\Delta СДЕ = \Delta KFM$ и оба они равносторонние. Найдите периметр треугольника KFM, если сторона $СД = 10$ см.

II. Решение задач.

1. Решить задачу № 139 (по рис. 76) на доске и в тетрадях.

Решение (краткая запись)

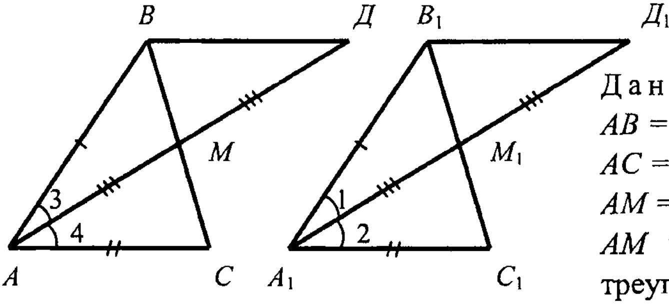
1) $\Delta ABC = \Delta СДА$ по трем сторонам, следовательно, $\angle ABC = \angle СДА$. Так как BE и DF – биссектрисы углов ABC и $СДА$, то $\angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle АДF = \frac{1}{2}\angle СДА$, откуда следует, что $\angle ABE = \angle ADF$.

2) Из равенства треугольников ABC и $СДА$ следует, что $\angle BAE = \angle ДCF$. Далее, $\angle ABE = \angle АДF = \angle СДF$. Итак, $\angle ABE = \angle СДF$, $\angle BAE = \angle ДCF$ и $AB = СД$ по условию, значит, $\Delta ABE = \Delta СДF$ по стороне и двум прилежащим к ней углам.

2. Решить задачу № 169 (по рис. 95) на доске и в тетрадях. Рассказать учащимся о *способе измерения ширины озера* (отрезка AB) по заранее изготовленной таблице: «Чтобы измерить на местности расстояние между двумя точками A и B, из которых одна (точка A) недоступна, провешивают направление отрезка AB и на его продолжении отмеряют на земле произвольный отрезок BC. Выбирают на местности точку O, из которой видна точка A и можно пройти к точкам B и C. Провешивают прямые BOE и $СОД$, отмеряют на местности $ДО = OC$ и $OE = OB$. Затем идут по прямой $ДЕ$, глядя на точку A, пока не найдут точку F, которая лежит на прямой AO.

Тогда FE равно искомому расстоянию. Расстояние FE измеряют на земле с помощью рулетки».

3. Решить задачу № 176* на доске и в тетрадях.



Дано: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$; $AM = A_1M_1$. AM и A_1M_1 – медианы треугольников.

Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство

Проведем отрезки $MД = AM$; $M_1Д_1 = A_1M_1$ и отрезки $BД$; $B_1Д_1$.

1) $\Delta BMД = \Delta CMA$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $BД = AC$; $\angle Д = \angle 4$. Аналогично $\Delta B_1M_1Д_1 = \Delta C_1M_1A_1$, откуда $B_1Д_1 = A_1C_1$; $\angle Д_1 = \angle 2$. Отсюда следует, что $BД = B_1Д_1$.

2) $\Delta ABД = \Delta A_1B_1Д_1$ по трем сторонам, поэтому $\angle 3 = \angle 1$, $\angle Д = \angle Д_1$, значит, $\angle 4 = \angle 2$.

3) $\angle A = \angle A_1$, так как $\angle A = \angle 4 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 1 = \angle A_1$. Таким образом, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними.

III. Самостоятельная работа проверочного характера.

Вариант I

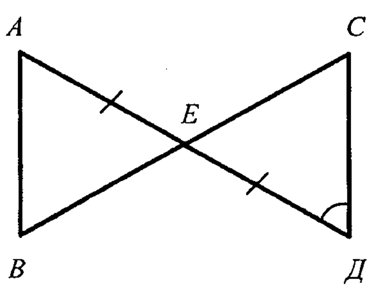


Рис. 1

1. Докажите равенство треугольников ABE и $ДCE$ на рисунке 1, если $AE = EД$, $\angle A = \angle Д$. Найдите стороны треугольника ABE, если $ДE = 3$ см, $ДC = 4$ см, $EC = 5$ см.

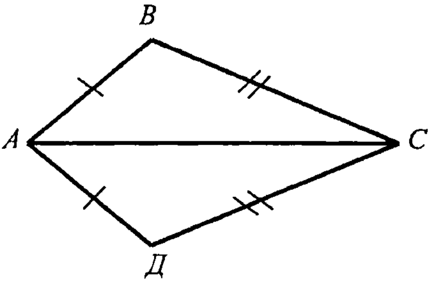


Рис. 2

2. На рисунке 2 $AB = AД$, $BC = CД$. Докажите, что луч AC – биссектриса угла $BAД$.

Вариант II

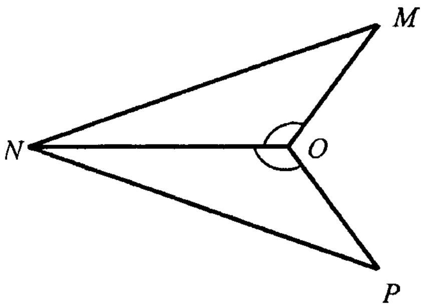


Рис. 3

1. Докажите равенство треугольников MON и PON на рисунке 3, если $\angle MON = \angle PON$, а луч NO – биссектриса $\angle MNP$. Найдите углы треугольника NOP, если $\angle MNO = 28°$, $\angle NMO = 42°$, $\angle NOM = 110°$.

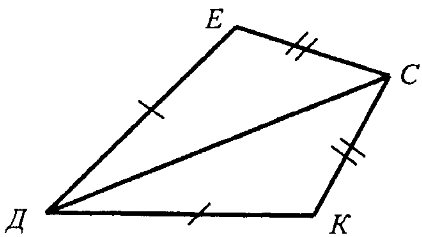


Рис. 4

2. На рисунке 4 $ДE = ДK$, $CE = CK$. Докажите, что луч $CД$ – биссектриса угла ECK.

Дополнительно (для тех учащихся, кто более подготовлен):

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. На сторонах BC и B_1C_1 отмечены точки $Д$ и $Д_1$ так, что $\angle CAД = \angle C_1A_1Д_1$. Докажите, что: а) $\Delta AДC = \Delta A_1Д_1C_1$; б) $\Delta AДB = \Delta A_1Д_1B_1$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 16–20 из § 2 и 3; решить задачи № 140; 172.

ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ (§ 4)
(2 часа)

Урок 1
ОКРУЖНОСТЬ

Цели: ввести понятие определения; систематизировать сведения об окружности, известные учащимся из курса математики предыдущих классов; уделить особое внимание отработке определения окружности и ее элементов.

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы и ее итоги.

1. Указать ошибки, сделанные учащимися при выполнении работы.

2. Решить на доске задачи, вызвавшие затруднения у учащихся.

II. Работа с учебником по изучению материала.

1. Ввести понятие определения.

Желательно остановиться на этом вопросе и показать учащимся, что они фактически уже встречались с определениями некоторых геометрических фигур, например, угла, треугольника, смежных углов, вертикальных углов. Повторить эти понятия.

2. Ввести определение окружности (рис. 77).

3. Самостоятельная работа учащихся по учебнику и заранее заготовленным плакатам или транспарантам (рис. 77, 78, 79–82), уделить особое внимание отработке определения окружности и ее элементов.

Систематизировать сведения, известные учащимся из курса математики предыдущих классов.

III. Проверка усвоения изученного материала.

1. Устно решить задачу № 143 (рис. 90).

2. Решить задачу № 144 на доске и в тетрадях.

3. Решить задачу № 146 на доске и в тетрадях.

Решение

Рассмотрим треугольник *ВОС* и треугольник *ДОА*:

$AO = OB = OC = OД$ (радиусы окружности); $\angle BOC = \angle ДOA$ (вертикальные углы равны), тогда $\Delta BOC = \Delta ДOA$ (первый признак, по двум сторонам и углу между ними).

Значит, $AД = CB = 13$ см, $AO = OB = OД = 16 : 2 = 8$ (см); тогда $P_{\Delta ДOA} = AД + AO + OД = 13 + 8 + 8 = 29$ (см).

Ответ: 29 см.

4. Решить задачу № 147 на доске и в тетрадях.

Указание: рекомендовать учащимся после изображения окружности начертить прямой угол с вершиной в точке O – центре этой окружности, а затем отметить на окружности точки A и B пересечения сторон прямого угла с окружностью.

IV. Самостоятельная работа обучающего характера.

Вариант I

Отрезки KM и EF являются диаметрами окружности с центром O. Докажите, что: а) $\angle FEM = \angle KME$; б) отрезки KE и MF равны.

Вариант II

Отрезки ME и PK являются диаметрами окружности с центром O. Докажите, что: а) $\angle EMP = \angle MPK$; б) отрезки MK и PE равны.

Вариант III

В окружности с центром O проведены диаметр AC и радиус OB так, что хорда BC равна радиусу. Найти $\angle AOB$, если $\angle BCO = 60°$.

Вариант IV

В окружности с центром O проведены хорды AB и $CД$. Докажите, что $AB = CД$, если $\angle AOC = \angle BOД$.

V. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 21 из § 4; ответить на вопрос 16 на с. 50; решить задачи № 145, 162.

Обязательно принести на следующий урок циркули и линейки.

Урок 2. ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ. ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ

Цели: дать представление о новом классе задач – построение геометрических фигур с помощью циркуля и линейки без масштабных делений – и рассмотреть основные (простейшие) задачи этого типа.

Ход урока

I. Вводная беседа учителя.

Мы уже имели дело с геометрическими построениями: проводили прямые, откладывали отрезки, равные данным, чертили углы, треугольники и другие фигуры с помощью различных инструментов. При построении отрезка заданной длины использовалась линейка с миллиметровыми делениями, а при построении угла заданной градусной меры – транспортир.

Но, оказывается, многие построения в геометрии могут быть выполнены с помощью только циркуля и линейки без делений.

В дальнейшем, говоря о задачах на построение, мы будем иметь в виду именно такие построения.

Задачи на построение циркулем и линейкой являются традиционным материалом, изучаемым в курсе планиметрии. Обычно эти задачи решаются по схеме, состоящей из четырех частей (посмотреть с. 95–96 учебника). Сначала рисуют (чертят) искомую фигуру и устанавливают связи между данными задачи и искомыми элементами. Эта часть решения называется *анализом.* Она дает возможность составить план решения задачи.

Затем по намеченному плану выполняется *построение* циркулем и линейкой.

После этого нужно *доказать*, что построенная фигура удовлетворяет условиям задачи.

И наконец, необходимо *исследовать*, при любых ли данных задача имеет решение и если имеет, то сколько решений.

В тех случаях, когда задача достаточно простая, отдельные части, например анализ или исследование, можно опустить.

В VII классе мы решим простейшие задачи на построение циркулем и линейкой, в других классах будем решать более сложные задачи.

II. Построение с помощью циркуля и линейки.

Отработать навыки решения простейших задач на построение циркулем и линейкой, рассмотренных в учебнике:

1. На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.

2. Отложить от данного луча угол, равный данному.

3. Построить биссектрису данного неразвернутого угла.

4. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, на которой лежит данная точка.

5. Построить середину данного отрезка.

6. Даны прямая и точка, не лежащая на ней. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой (решение в учебнике задачи № 153).

7. Решить задачи № 148, 150, 155.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: ответить на вопросы 17–21 на с. 50; решить задачи № 149, 154; повторить материал пунктов 11–21.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (2 часа)

Урок 1

Цели: закрепить навыки в решении задач на применение признаков равенства треугольников; продолжить выработку навыков решения задач на построение с помощью циркуля и линейки.

Ход урока

I. Проверка усвоения учащимися материала.

1. Письменная работа на листочках по проверке решения задач на построение циркулем и линейкой:

Вариант I

1) Отложить от данного луча угол, равный данному.

2) Построить середину данного отрезка.

Вариант II

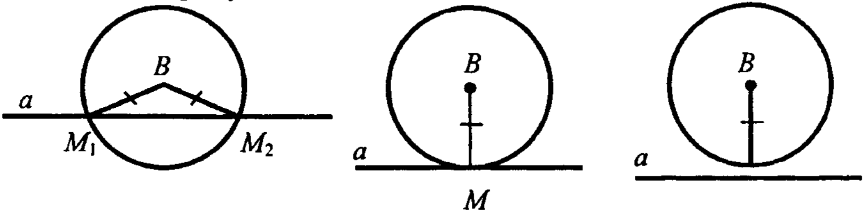
1) Построить биссектрису данного неразвернутого угла.

2) Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, на которой лежит данная точка.

2. Проверить решение домашней задачи № 149 на доске.

Решение

Акцентируем внимание учащихся на том, что вначале необходимо начертить все фигуры, данные в условии задачи. В данной задаче чертим прямую a, отрезок PQ и отмечаем точку B так, что $B \notin a$. Далее проводим окружность радиуса PQ с центром в точке B. Пусть M – одна из точек пересечения этой окружности с прямой a. Точка M искомая, так как $M \in a$ и $BM = PQ$. Остается выяснить, всегда ли задача имеет решение. Ответ на этот вопрос учащиеся могут дать с помощью рисунка:

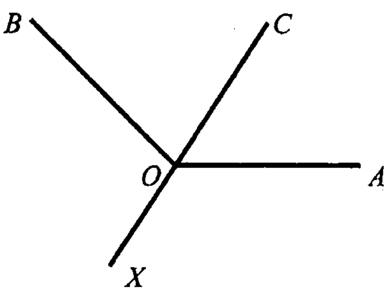


а *б* *в*

Указание: задача (в) не имеет решений.

II. Решение задач.

1. На доске и в тетрадях решить задачу № 152.



Решение:

Начертим тупой угол AOB, построим биссектрису OC этого угла и проведем продолжение OX луча OC. Луч OX искомый. Убедимся в этом. По построению OC – биссектриса $\angle AOB$, поэтому $\angle AOC = \angle COB = \frac{1}{2}\angle AOB$ и углы AOC и COB острые. По построению углы AOC и AOX, а также углы COB и BOX смежные. Сумма смежных углов равна 180°, поэтому из равенства $\angle AOC = \angle BOC$ следует, что $\angle AOX = \angle BOX$. Так как углы AOC и COB острые, то смежные с ними углы AOX и BOX тупые.

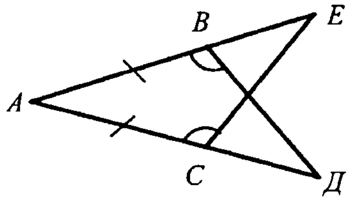
2. Решить задачу № 165 на доске и в тетрадях.

Указание: первая часть решения задачи (пункт а) не вызывает затруднений у учащихся.

Для доказательства того факта, что точка O лежит на прямой KK_1 (пункт б), надо рассмотреть луч OK_2, являющийся продолжением луча OK, и доказать, что лучи OK_1 и OK_2 совпадают. Тем самым будет доказано, что точки K, O и K_1 лежат на одной прямой.

III. Самостоятельная работа (10 минут).

Вариант I



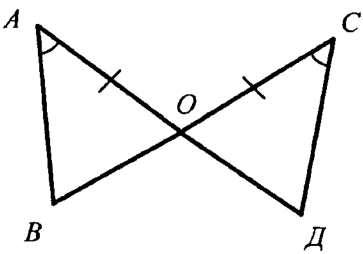
1. На рисунке $AB = AC$ и $\angle ACE = \angle AB Д$.

1) Докажите, что $\Delta ACE = \Delta ABД$.

2) Найдите стороны треугольника $ABД$, если $AE = 15$ см, $EC = 10$ см, $AC = 7$ см.

2. Известно, что в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. На сторонах BC и B_1C_1 отмечены точки K и K_1 такие, что $CK = C_1K_1$. Докажите, что $\Delta ABK = \Delta A_1B_1K_1$.

Вариант II



1. На рисунке $AO = CO$ и $\angle BAO = \angle ДCO$.

1) Докажите, что $\Delta AOB = \Delta COД$.

2) Найдите углы ΔAOB, если $\angle OCД = 37°$, $\angle OДC = 63°$, $\angle COД = 80°$.

2. Известно, что в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle B = \angle B_1$, $AB = A_1B_1$ и $BC = B_1C_1$. На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки $Д$ и $Д_1$ так, что $AД = A_1Д_1$. Докажите, что $\Delta BДC = \Delta B_1Д_1C_1$.

Вариант III

(для более подготовленных учащихся)

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC биссектрисы AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Докажите, что прямая BO перпендикулярна к прямой AC.

Вариант IV

(для более подготовленных учащихся)

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC медианы $BД$ и CE, проведенные к боковым сторонам, пересекаются в точке M. Докажите, что прямые AM и BC перпендикулярны.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: подготовиться к устному опросу по карточкам, повторив материал пунктов 15–20; решить задачи № 158, 166.

Урок 2

Цели: закрепить навыки в решении задач на применение признаков равенства треугольников; проверить знания учащихся; подготовить учащихся к предстоящей контрольной работе.

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

II. Устный опрос учащихся по карточкам.

Вариант I

1. Сформулируйте первый признак равенства треугольников.

2. На рисунке 1 $AB = ДB$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta ДBC$.

3. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$; $\angle A = \angle A_1$. На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки $Д$ и $Д_1$ так, что $СД = C_1Д_1$. Докажите, что $\Delta ABД = \Delta A_1B_1Д_1$.

Вариант II

1. Сформулируйте второй признак равенства треугольников.

2. На рисунке 2 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что $\Delta ABД = \Delta CBД$.

3. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ проведены биссектрисы $AД$ и $A_1Д_1$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, если $ДC = Д_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$, $\angle AДC = \angle A_1Д_1C$.

Вариант III

1. Сформулируйте третий признак равенства треугольников.

2. На рисунке 3 $AB = ДC$, $BC = AД$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta CДA$.

3. На рисунке 4 $AB = ДC$, $BK = ДM$, $AM = CK$. Докажите, что $\Delta AДM = \Delta CBK$.

Вариант IV

1. Сформулируйте свойство углов равнобедренного треугольника.

2. На рисунке 5 $AB = BC$, $AД = ДC$. Докажите, что $\angle BAД = \angle BCД$.

3. В равнобедренном треугольнике *ABC* на основании *AC* взяты точки *Д* и *E* так, что *АД* = *CE*. Докажите, что треугольник *ДВЕ* равнобедренный.

Вариант V

1. Сформулируйте свойство биссектрисы, проведенной к основанию равнобедренного треугольника.

2. В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AC* проведена биссектриса *ВД*, ∠*АВД* = 37°, *AC* = 25 см. Найдите ∠*B*, ∠*ВДС* и *ДС*.

3. В равнобедренном треугольнике *СДЕ* с основанием *ДЕ* проведена биссектриса *CF*. Найдите *CF*, если периметр треугольника *СДЕ* равен 84 см, а треугольника *CFE* равен 56 см.

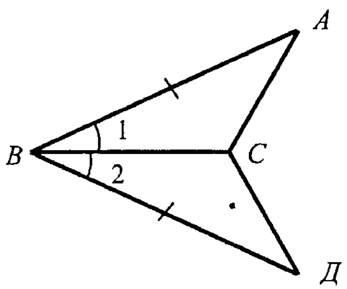


Рис. 1

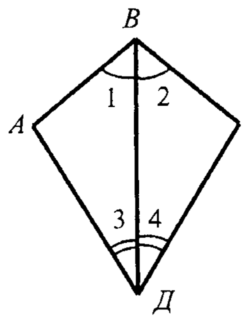


Рис. 2

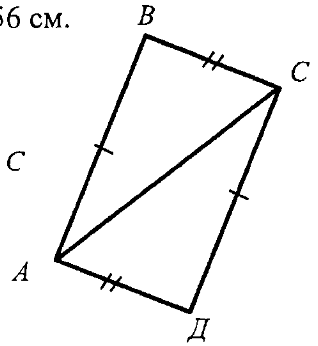


Рис. 3

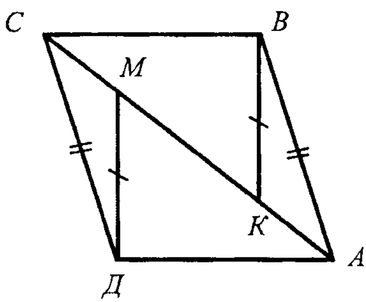


Рис. 4

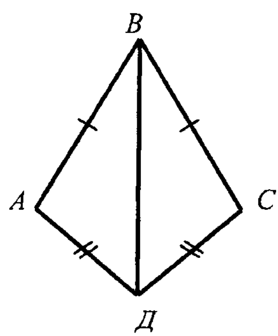
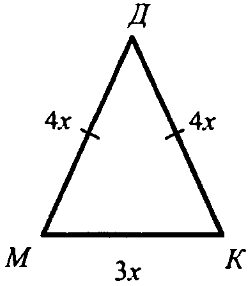


Рис. 5

III. Решение задач.

1. Задача 1 *(решение объясняет учитель на доске)*.

В равнобедренном треугольнике основание относится к боковой стороне как 3 : 4. Найдите стороны этого треугольника, если периметр его равен 33 см.



Дано: $\Delta MДK$; $MД = ДK$; $MK : MД = 3 : 4$

$P = 33$ см

Найти: MK, $MД$, $ДK$.

Решение

Пусть на одну часть приходится x см, тогда $MK = 3x$ см, $MД = ДK = 4x$ см. По условию $P = 33$ см, значит, $3x + 4x + 4x = 33$; $11x = 33$; $x = 3$.

$MK = 9$ см, $MД = ДK = 12$ см.

Ответ: 9 см; 12 см; 12 см.

2. Задача 2 *(самостоятельно).*

В равнобедренном треугольнике боковая сторона относится к основанию как 2 : 3. Найдите стороны треугольника, если периметр его равен 28 см.

3. Решить задачу № 175*.

Запись решения задачи значительно упрощается, если ввести цифровые обозначения углов, как показано на рисунке 1.

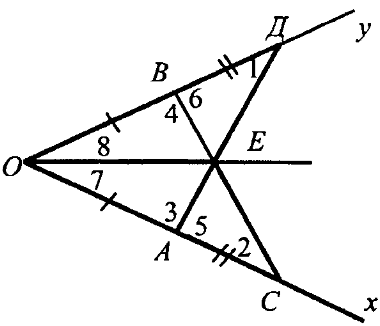


Рис. 1

Решение

1) $\Delta OAД = \Delta OBC$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$.

2) Углы 3 и 5, а также 4 и 6 являются смежными, поэтому из равенства $\angle 3 = \angle 4$ следует, что $\angle 5 = \angle 6$.

3) $\Delta ДBE = \Delta CAE$ по стороне и двум прилежащим углам, поэтому $BE = AE$.

4) $\Delta OAE = \Delta OBE$ по трем сторонам, значит, $\angle 7 = \angle 8$, то есть OE – биссектриса угла XOY.

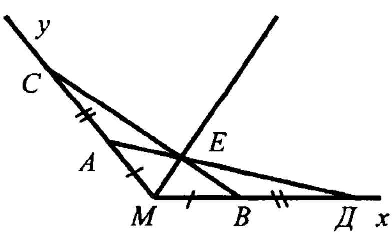


Рис. 2

Для построения биссектрисы произвольного угла M на его сторонах откладываем отрезки $MA = MB$, $AC = BД$, как показано на рисунке 2, и проводим отрезки $AД$ и BC. Затем проводим искомый луч ME, где E – точка пересечения отрезков $AД$ и BC.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе, повторив материал пунктов 15–23; решить задачи № 170, 171.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

(1 час)

Цель: проверить знания, умения и навыки учащихся по усвоению и применению изученного материала.

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы.

II. Выполнение работы по вариантам.

Вариант I

1. На рисунке 1 отрезки AB и $CД$ имеют общую середину O. Докажите, что $\angle ДAO = \angle CBO$.

2. Луч $AД$ – биссектриса угла A. На сторонах угла A отмечены точки B и C так, что $\angle AДB = \angle AДC$. Докажите, что $AB = AC$.

3. Начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием BC. С помощью циркуля и линейки проведите медиану BB_1 к боковой стороне AC.

Вариант II

1. На рисунке 2 отрезки ME и PK точкой $Д$ делятся пополам. Докажите, что $\angle KMД = \angle PEД$.

2. На сторонах угла $Д$ отмечены точки M и K так, что $ДM = ДK$. Точка P лежит внутри угла $Д$ и $PK = PM$. Докажите, что луч $ДP$ – биссектриса угла $MДK$.

3. Начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и острым углом B. С помощью циркуля и линейки проведите высоту из вершины угла A.

Вариант III

(для более подготовленных учащихся)

1. На рисунке 3 прямые AB и $CД$ пересекаются в точке E, $CE = BE$, $\angle C = \angle B$; AA_1 и $ДД_1$ – биссектрисы треугольников ACE и $ДBE$.

Докажите, что $AA_1 = ДД_1$.

2. На сторонах угла A отмечены точки B и C так, что $AB = AC$. Точка M лежит внутри угла A и $MB = MC$. На прямой AM отмечена точка $Д$ так, что точка M лежит между точками A и $Д$. Докажите, что $\angle BMД = \angle CMД$.

3. Начертите равнобедренный тупоугольный треугольник ABC с основанием BC и с тупым углом A. С помощью циркуля и линейки проведите:

а) высоту треугольника ABC из вершины угла B;

б) медиану треугольника ABC к стороне AB;

в) биссектрису треугольника ABC угла A.

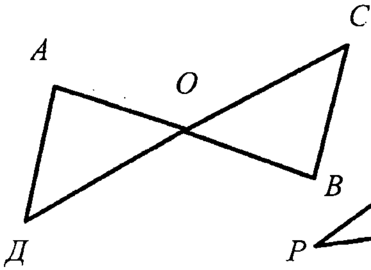


Рис. 1

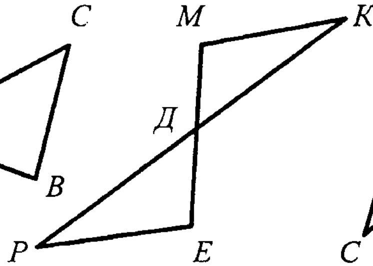


Рис. 2

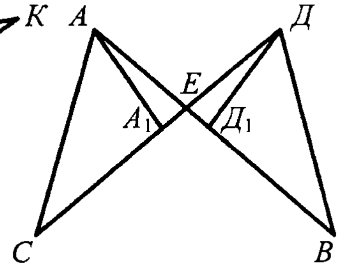


Рис. 3

III. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить материал пунктов 2–21.

Глава III. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ
(9 часов)

В этой главе вводится одно из важнейших понятий – понятие параллельных прямых и дается первое представление об аксиомах и аксиоматическом методе в геометрии.

Изучаются признаки и свойства параллельных прямых. На основе новых геометрических фактов существенно расширяется круг задач.

Теория параллельных прямых дает богатый материал и для внеклассной работы, в частности для ознакомления учащихся с вопросами истории, связанными с пятым постулатом Евклида.

ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ДВУХ ПРЯМЫХ (§ 1)
(3 часа)

В результате изучения параграфа 1 учащиеся должны знать определение параллельных прямых, названия углов, образующихся при пересечении двух прямых секущей, формулировки признаков параллельности прямых; понимать, какие отрезки и лучи являются параллельными; уметь показывать на рисунке пары накрест лежащих, соответственных, односторонних углов, доказывать признаки параллельности двух прямых и использовать их при решении задач типа № 186, 187, 188, 189, 191, 194; уметь строить параллельные прямые при помощи чертежного угольника и линейки.

Урок 1
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ. ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ДВУХ ПРЯМЫХ

Цели: ввести понятие параллельных прямых; рассмотреть признак параллельности двух прямых, связанный с накрест лежащими углами.

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

1. Указать ошибки, сделанные учащимися при выполнении работы.

2. Решить задачи, вызвавшие затруднения у учащихся.

II. Объяснение нового материала.

1. Повторить возможные случаи взаимного расположения двух прямых на плоскости, используя при этом готовые чертежи, плакаты или кодопозитивы.

2. Предложить учащимся провести обоснование того факта, что две прямые не могут иметь двух или более общих точек.

3. Дать определение *параллельных прямых* и соответствующее обозначение: $a \parallel в$.

4. Ввести понятие *параллельных отрезков, отрезка и прямой, луча и прямой, отрезка и луча, двух лучей* по рисунку 99 учебника.

5. Ввести понятие *секущей* по отношению к двум прямым по рисунку 100.

6. Рассмотреть и ввести название различных пар углов, образованных двумя прямыми и секущей: *накрест лежащие углы, односторонние углы, соответственные углы* (рис. 100).

7. По заранее заготовленным таблицам или рисункам на доске провести работу:

1) По рисунку 1 назовите пары накрест лежащих, односторонних, соответственных углов.

2) На рисунке 2 $\angle 4 = \angle 6$. Докажите, что $\angle 5 = \angle 3$; $\angle 8 = \angle 6$; $\angle 2 = \angle 5$.

3) На рисунке 3 $\angle 1 = \angle 5$:

а) выпишите все пары накрест лежащих углов и докажите, что в каждой паре углы равны;

б) выпишите все пары соответственных углов и докажите, что в каждой паре углы равны;

в) выпишите все пары односторонних углов и докажите, что сумма углов в каждой паре равна 180°.

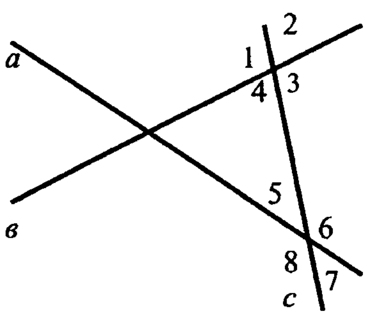


Рис. 1

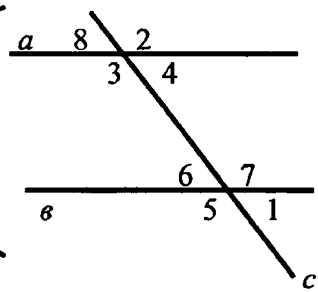


Рис. 2

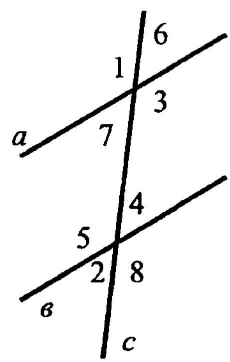


Рис. 3

8. Повторить признаки равенства треугольников и утверждение о том, что две прямые, перпендикулярные к третьей, не пересекаются (п. 12).

9. Вспомнить еще раз определение параллельных прямых и отметить, что так как прямые бесконечны, то невозможно непосредственно убедиться в том, что они не имеют общей точки. Поэтому желательно иметь какие-то признаки, по которым можно сделать вывод о параллельности прямых. С понятием «признак» мы уже встречались, когда изучали признаки равенства треугольников. Теперь же предстоит познакомиться с признаками параллельности двух прямых.

III. Работа с учебником.

1. Проведение по тексту учебника доказательства теоремы – признака параллельности двух прямых, использующего накрест лежащие углы (рис. 101).

Это доказательство не является традиционным – во многих учебниках этот признак доказывается методом от противного.

В процессе доказательства необходимо акцентировать внимание учащихся на назначении дополнительных построений (рис. 101, *в* учебника).

2. Теорема является важной и сама по себе, и потому, что на нее опираются доказательства других признаков параллельности прямых.

3. Устно решить задачу № 187 (рис. 107) и задачу № 189 (по рис. 108 или по ранее заготовленным плакатам).

IV. Закрепление изученного материала.

1. Задача. Найти пары параллельных прямых (отрезков) и доказать их параллельность (по готовым чертежам на доске (см. рис. 1–3):

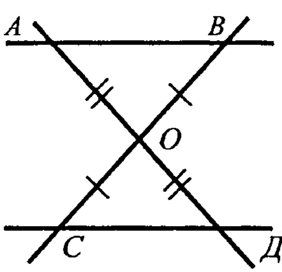


Рис. 1

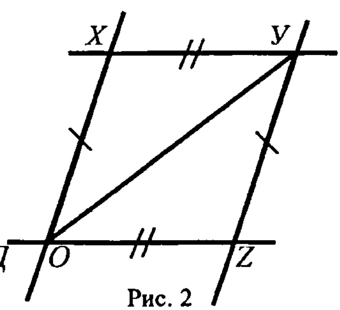


Рис. 2

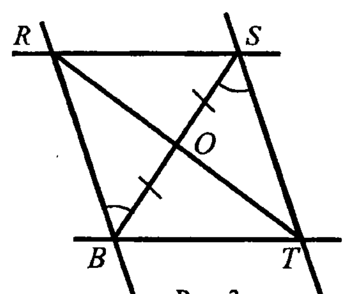


Рис. 3

2. Решить задачу № 191 на доске и в тетрадях учащихся.

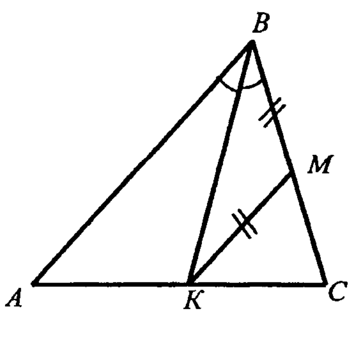


Рис. 4

Д а н о: ΔABC; BK – биссектриса $BM = MK$.

Д о к а ж и т е, что $KM \parallel AB$.

Д о к а з а т е л ь с т в о

По условию $BM = MK$, тогда треугольник BMK – равнобедренный (по определению), значит, $\angle MBK = \angle MKB$ (углы при основании равнобедренного треугольника равны). По условию BK – биссектриса $\angle B$, то $\angle MBK = \angle ABK$.

Следовательно, $\angle ABK = \angle MBK = \angle MKB$, а $\angle ABK$ и $\angle MKB$ – накрест лежащие углы, тогда $AB \parallel KM$.

V. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить пункты 24–25 (только первый признак); решить задачи № 186, 188.

Урок 2
ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ДВУХ ПРЯМЫХ

Цель: изучить признаки параллельности двух прямых, связанных с односторонними и соответственными углами, и показать, как они применяются при решении задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Повторить доказательство признака параллельности двух прямых, использующего накрест лежащие углы, по готовому чертежу на доске *(привлечь нескольких учащихся)*.

2. Устная работа по готовым чертежам на доске (см. рис. 1–3).

Задание: найти пары параллельных прямых (отрезков) и доказать их параллельность.

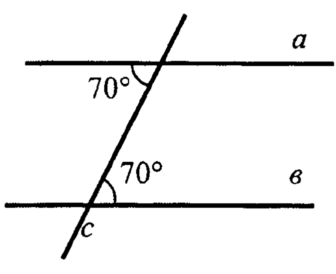


Рис. 1

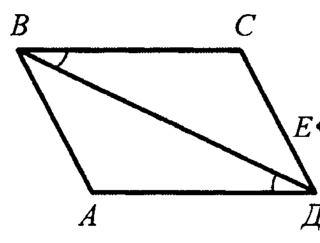


Рис. 2

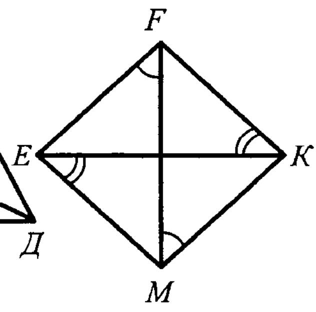


Рис. 3

3. Двое учащихся на доске решают домашние задачи № 186(в), 188.

II. Изучение нового материала.

1. По рисунку 102 учебника, заранее начерченному на доске, вместе с учащимися доказать теорему о признаке параллельности

двух прямых, связанных с односторонними углами (устно), а затем учащиеся самостоятельно должны записать доказательство теоремы в тетрадях.

2. Самостоятельное изучение учащимися признака параллельности прямых, связанных с соответственными углами, и запись доказательства теоремы в тетрадях.

3. Решить задачи (устно) по готовым чертежам на заготовленных плакатах (см. рис. 4–6):

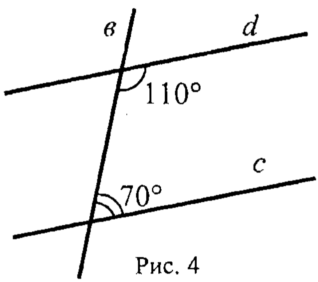


Рис. 4

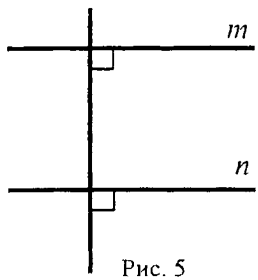


Рис. 5

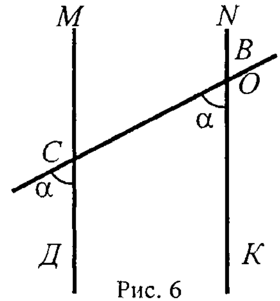


Рис. 6

Найдите пары параллельных прямых и докажите их параллельность.

III. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачу № 192 на доске и в тетрадях.

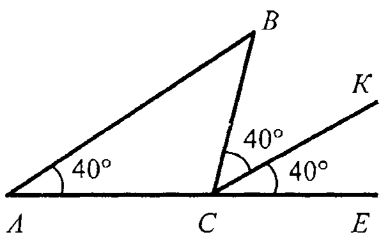


Рис. 5

Дано: ΔABC; $\angle A = 40°$; $\angle BCE = 80°$; CK – биссектриса $\angle BCE$.

Доказать: $CK \parallel AB$.

Доказательство

$\angle BCE = 80°$ по условию; CK – биссектриса $\angle BCE$, тогда $\angle BCK = \angle KCE = 80° : 2 = 40°$. По условию $\angle A = 40°$ и получили $\angle KCE = 40°$, а эти углы соответственные при прямых AB и KC и секущей AE. Значит, $AB \parallel CK$ по признаку параллельности прямых.

2. Познакомиться с практическими способами построения параллельных прямых (п. 26) по рисункам 103, 104, 105 учебника.

3. Выполнить задание № 195.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить пункты 24–26; ответить на вопросы 1–6 на с. 68; решить задачи № 193, 194.

Урок 3
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: закрепить и систематизировать изученный материал; научить применять признаки параллельности прямых при решении задач; развивать логическое мышление учащихся; прививать навыки аккуратности в построении учащимися чертежей на доске и в тетрадях.

Ход урока

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Провести фронтальный опрос учащихся по вопросам 1–6 на с. 68 из учебного пособия.

2. Устно решить задачи (по готовым чертежам (см. рис. 1–5):

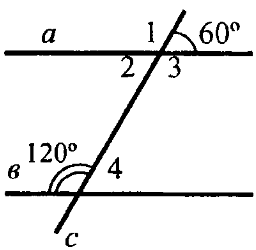


Рис. 1

Докажите, что $a \parallel в$.

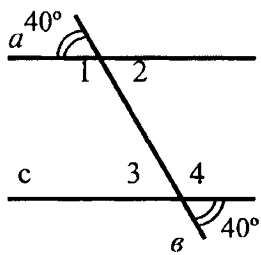


Рис. 2

Докажите, что $a \parallel c$.

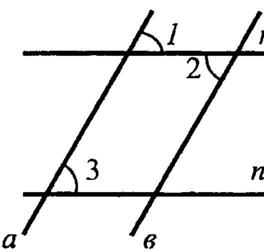


Рис. 3

Докажите, что $a \parallel в$ и $m \parallel n$, если $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

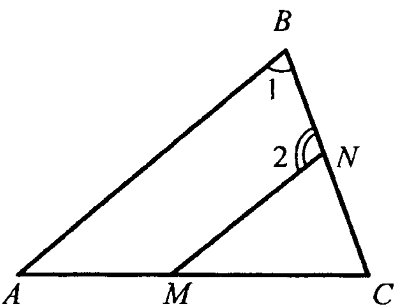


Рис. 4

Дано: $\angle 1 = 83°$;
$\angle 2$ больше $\angle 1$ на 14°.
Параллельны ли прямые *MN* и *AB*?

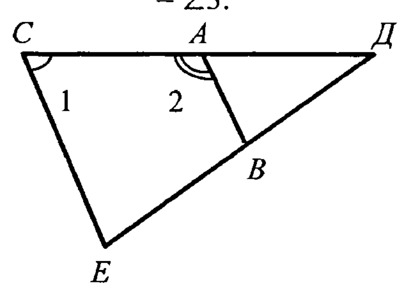


Рис. 5

Дано: $\angle 2 = 114°$;
$\angle 1$ меньше $\angle 2$ на 20°.
Параллельны ли сторона *CE* и прямая *AB*?

II. Решение задач.

1. Решить задачу № 190 по рисунку 109 (на доске и в тетрадях).

2. Решить задачу № 213 по рисунку 121 (на доске и в тетрадях).

3. Решить задачу № 215 по рисунку 122 (устно).

Указание: рисунок 122 заранее изобразить на доске и ввести цифровые обозначения углов. Сначала доказывается параллельность прямых *а* и *в* (сумма односторонних углов 115° + 65° = 180°).

III. Самостоятельная работа обучающего характера.

Вариант I

1. Параллельны ли прямые *d* и *e*, изображенные на рисунке 1?

2. На рисунке 2 точка *O* – середина отрезков *EL* и *KF*. Докажите, что $EF \parallel KL$.

Вариант II

1. Параллельны ли прямые *m* и *n*, изображенные на рисунке 3?

2. На рисунке 4 отрезки *MO* и *NP* пересекаются в их середине *F*. Докажите, что $MN \parallel PO$.

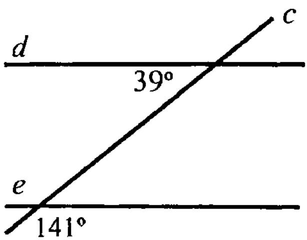


Рис. 1

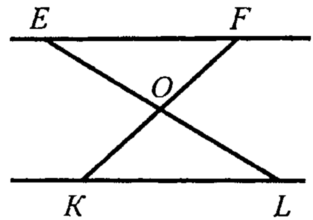


Рис. 2

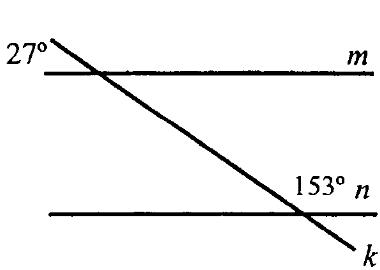


Рис. 3

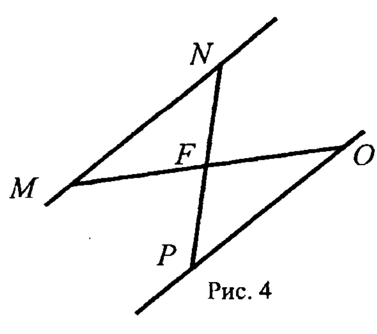


Рис. 4

Вариант III

1. Какие из прямых *m, n* и *p*, изображенных на рисунке 5, являются параллельными? Ответ обоснуйте.

2. В равнобедренных треугольниках *СДЕ* и *FPK*, изображенных на рисунке 6, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $СД \parallel PF$.

Вариант IV

1. На рисунке 7 $МД = NP$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $MN \parallel ДP$.

2. В равнобедренных треугольниках *ABC* и *ДEF*, изображенных на рисунке 8, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $AB \parallel EF$.

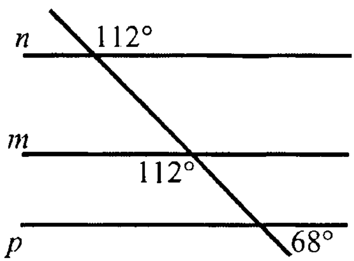


Рис. 5

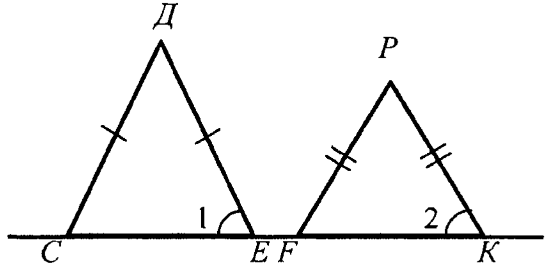


Рис. 6

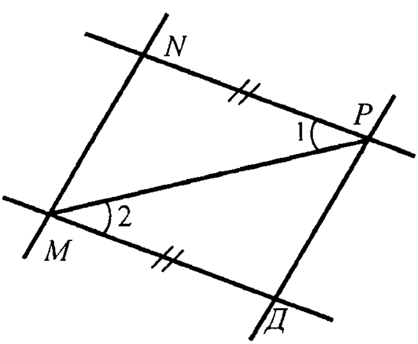


Рис. 7

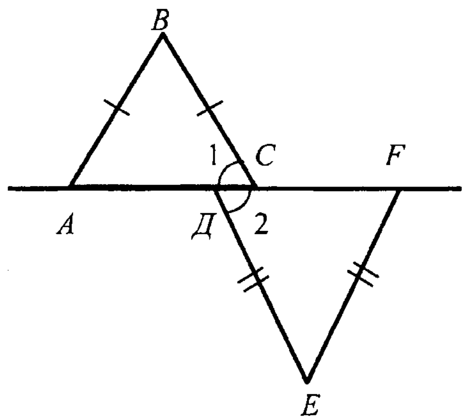


Рис. 8

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить материал пунктов 24–26; решить задачи № 214, 216.

АКСИОМА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ (§ 2)

(3 часа)

Урок 1
ОБ АКСИОМАХ ГЕОМЕТРИИ. АКСИОМА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

Цели: дать представление об аксиомах геометрии; ввести аксиому параллельных прямых и следствия из нее.

Ход урока

I. Анализ результатов самостоятельной работы.

II. Изучение нового материала.

1. Беседа об аксиомах геометрии (использовать материал пункта 27 учебника и Приложение 1 на с. 344–348 учебника, Приложение 2 на с. 349–351, а также книгу: Глейзер Г. И. История математики в школе. М.: Просвещение, 1982).

2. Записать в тетрадях:

Аксиомами называются те основные положения геометрии, которые принимаются в качестве исходных положений, на основе которых доказываются далее теоремы и строится вся геометрия.

3. Предложить учащимся задачу, решение которой дано в начале п. 28: через точку М, не лежащую на прямой *a*, провести прямую, параллельную прямой *a*. Решение этой задачи доказывает существование прямой, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой.

4. Вопрос к учащимся: Сколько таких прямых можно провести?

5. Рассказать учащимся о том, что в геометрии Евклида, изложенной им в книге «Начала» ответ на данный вопрос следует из знаменитого пятого постулата, и этот ответ таков: *через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.* Пятый постулат знаменит тем, что долгие годы его пытались доказать на основе остальных аксиом Евклида. И лишь в прошлом веке, во многом благодаря великому русскому математику

Н. И. Лобачевскому, было доказано, что пятый постулат не может быть выведен из остальных аксиом. Поэтому утверждение о единственности прямой, проходящей через данную точку параллельно данной прямой, принимается в качестве аксиомы.

6. Заострить внимание учащихся на том, что в аксиоме утверждается, что через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной (единственность прямой), а существованис такой прямой доказывается.

III. Закрепление изученного материала.

1. Устно решить задачи № 196, 197.

Указание: при решении задачи № 197 полезно на рисунке показать учащимся два возможных случая расположения прямых:

1) все четыре прямые пересекают прямую *p*;

2) одна из четырех прямых параллельна прямой *p*, а три другие прямые пересекают ее.

Эти два случая иллюстрируют ответ на вопрос задачи: по крайней мере, три прямые пересекают прямую *p*.

2. Разъяснение смысла понятия «следствия».

Записать в тетрадях: *следствиями называются утверждения, которые выводятся непосредственно из аксиом или теорем.*

3. Рассмотреть следствия 1° и 2° из аксиомы параллельных прямых.

4. Решить задачи № 198, 200, 218.

Решение задачи № 218: отметим произвольную точку, не лежащую на прямой *в*, и проведем через нее прямую *с*, параллельную прямой *в*. Так как прямая *а* пересекает прямую *в*, то она пересекает и прямую *с*. Таким образом, прямая *с* пересекает прямую *а* и параллельна прямой *в*.

5. Решить задачу № 219*.

Решение

Предположим, что прямые *а* и *в* не параллельны, то есть пересекаются. Тогда можно провести прямую *с*, которая пересекает прямую *а* и не пересекает прямую *в* (задача № 218). Но это противоречит условию задачи. Значит, наше предположение неверно и $a \parallel в$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить пункты 27 и 28; ответить на вопросы 7–11 на с. 68 учебника; решить задачи № 217, 199.

Урок 2. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

Цели: рассмотреть свойства параллельных прямых; добиться от учащихся понимания того, что накрест лежащие, соответственные и односторонние углы можно рассмотреть для любых двух прямых и секущей, но только в случае параллельных прямых накрест лежащие углы равны, соответственные углы равны, а сумма односторонних углов составляет 180°.

Ход урока

I. Проверка усвоения материала учащимися.

1. Сформулировать определение параллельных прямых.

2. Повторить признаки параллельности двух прямых.

3. Сформулировать аксиому параллельных прямых.

4. Повторить следствия из аксиомы параллельных прямых.

5. Устно решить **задачу**: докажите, что прямая, параллельная основанию AC равнобедренного треугольника ABC, перпендикулярна прямой $BД$, где $BД$ – медиана треугольника.

II. Объяснение нового материала.

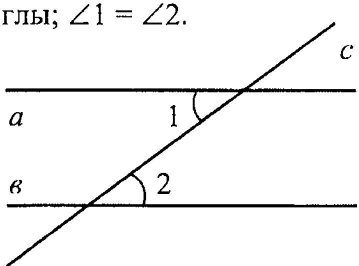
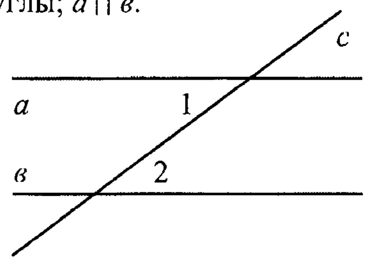
1. Во всякой теореме различают две части: *условие и заключение*. Условие теоремы – это то, что дано, а заключение – то, что требуется доказать.

2. Привести примеры изученных теорем и выделить в них условие и заключение *(это делают учащиеся)*.

3. Ввести понятие теоремы, обратной данной.

4. Сформулировать теоремы, обратные трём теоремам п. 25, выражающим признаки параллельности прямых. Необходимо сравнить условия и заключения двух теорем: теоремы, выражающей

признак параллельности двух прямых, и обратной, составив следующую таблицу:

Признак параллельности прямых *а* и *в*	Свойство параллельных прямых *а* и *в*
Д а н о: прямые *а* и *в*, секущая *с*, $\angle 1$ и $\angle 2$ – накрест лежащие углы; $\angle 1 = \angle 2$.  Д о к а з а т ь: $a \parallel в$.	Д а н о: прямые *а* и *в*, секущая *с*, $\angle 1$ и $\angle 2$ – накрест лежащие углы; $a \parallel в$.  Д о к а з а т ь: $\angle 1 = \angle 2$.

5. Рассмотреть доказательство теоремы о накрест лежащих углах по рисунку 113 и таблице.

6. Акцентировать внимание учащихся на методе доказательства от противного, с помощью которого и была доказана теорема. Кроме того, важно отметить, что если верно некоторое утверждение, то отсюда еще не следует, что и обратное утверждение тоже верно. Например, рассмотрим два утверждения:

1) Если точка C – середина отрезка AB, то $AC = BC$.

2) Если $AC = BC$, то точка C – середина отрезка AB. Второе утверждение является обратным первому. Первое утверждение верно, в то время как второе неверно. В самом деле, в равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB отрезки AC и BC равны, но точка C не является серединой отрезка AB.

7. Самостоятельно по учебнику учащиеся изучают теоремы о свойствах соответственных и односторонних углов, образованных двумя параллельными и секущей.

III. Закрепление изученного материала.

1. Устно по рисунку 114 учебника доказать следствие: *если прямая перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и к другой.*

2. Устно решить № 201, 205 по рисунку 117 и № 209 по рисунку 118.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 29; повторить пункты 15–28; ответить на вопросы 1–15 на с. 68 учебника; решить задачи № 202 и 212.

Урок 3. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: закрепить знание свойств параллельных прямых в ходе выполнения упражнений и решения задач; систематизировать знания учащихся; развивать логическое мышление учащихся.

Ход урока

I. Проверочная работа (10 мин).

Вариант I

1. Сформулируйте аксиому параллельных прямых.

2. Какая теорема называется обратной данной теореме? Приведите примеры теорем, обратных данным.

3. Докажите, что при пересечении двух параллельных прямых секущей соответственные углы равны.

Вариант II

1. Объясните, какие утверждения называются аксиомами. Приведите примеры аксиом.

2. Дайте определение параллельных прямых. Какие два отрезка называются параллельными?

3. Докажите, что при пересечении двух параллельных прямых секущей сумма односторонних углов равна 180°.

II. Выполнение упражнений.

1. По готовому на доске чертежу рисунка 1 решить задачи:

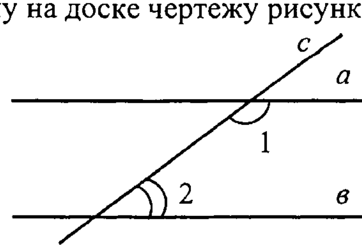


Рис. 1

1) Дано: $a \parallel в$, c – секущая; $\angle 1 = 4\angle 2$. Найти $\angle 1$ и $\angle 2$.

2) Дано: $a \parallel в$, c – секущая; $\angle 1 - \angle 2 = 30°$. Найти $\angle 1$ и $\angle 2$.

3) Дано: $a \parallel в$, c – секущая; $\angle 1 : \angle 2 = 4 : 5$. Найти $\angle 1$ и $\angle 2$.

4) Дано: $a \parallel в$, c – секущая; $\angle 2$ составляет 80% от $\angle 1$. Найти $\angle 1$ и $\angle 2$.

2. На доске и в тетрадях решить задачи № 203(б), 211(в).

Решение задачи № 211(в)

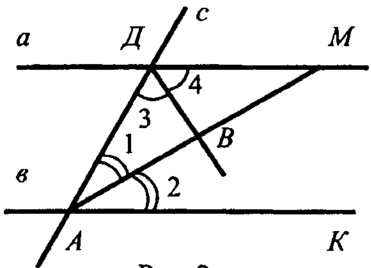


Рис. 2

Дано: $a \parallel в$; c – секущая, AM – биссектриса $\angle ДАК$; $ДВ$ – биссектриса $\angle АДМ$.

Доказать: $AM \perp ДВ$.

Доказательство

По условию AM – биссектриса угла $ДАК$, тогда $\angle 1 = \angle 2$, но $\angle 2 = \angle 5$ (внутренние накрест лежащие углы при параллельных прямых $a \parallel в$ и секущей AM).

Значит, $\angle 1 = \angle 5$, следовательно, треугольник $АДМ$ – равнобедренный по признаку равнобедренного треугольника. По условию $ДВ$ – биссектриса угла $АДМ$, тогда и $ДВ$ – биссектриса равнобедренного треугольника $АДМ$, проведенная к основанию AM, следовательно, $ДВ$ – высота равнобедренного треугольника $АДМ$, поэтому $ДВ \perp AM$.

3. Устно по готовому чертежу на доске (см. рис. 3) решить № 220.

Решение

Пусть при пересечении двух прямых a и $в$ секущей накрест лежащие углы 1 и 2 не равны: $\angle 1 \neq \angle 2$. Предположим, что прямые a и $в$ параллельны. Тогда согласно свойству параллельных прямых $\angle 1 = \angle 2$, что противоречит условию задачи. Значит, наше предположение неверно и прямые a и $в$ пересекаются.

4. Решить задачу № 221.

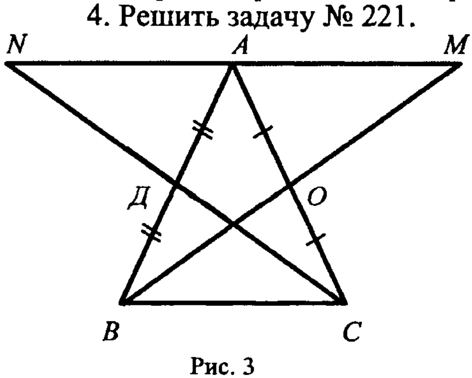


Рис. 3

Решение

Пусть O и $Д$ – середины сторон AC и AB. Треугольники AOM и COB равны по двум сторонам и углу между ними ($AO = OC$, $BO = OM$, $\angle AOM = \angle COB$), поэтому $\angle AOM = \angle CBO$, значит, $AM \parallel BC$. Аналогично $\Delta ANД = \Delta BCД$, и, значит, $AN \parallel BC$. Итак, через точку A можно провести только одну прямую, параллельную BC. Следовательно, прямые AM и AN совпадают, то есть точки M, A и N лежат на одной прямой.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить изученный материал пунктов 24–29; ответить на вопросы 1–15 на с. 68 учебника; подготовиться к устному опросу; решить задачи № 203(а), 208, 211(а).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ
(2 часа)

Уроки 1 и 2

Цели: привести в систему знания учащихся по данной теме, добиться четкого понимания того, когда в задаче нужно применить признак параллельности двух прямых, а когда – свойство параллельных прямых, подготовить учащихся к предстоящей контрольной работе.

Ход урока

I. Устный опрос учащихся по карточкам.

Вариант I

1. Сформулируйте один из признаков параллельности двух прямых.

2. Докажите, что прямые *а* и *в*, изображенные на рисунке 1, параллельны, если $\angle 1 = 36°$; $\angle 8 = 144°$.

3. На рисунке 2 прямые *АД* и *ВК* параллельны, луч *ВД* – биссектриса угла *АВК*, $\angle ABK = 80°$.

Найти углы треугольника *АВД*.

Вариант II

1. Сформулируйте аксиому параллельных прямых.

2. Дан треугольник *СДЕ*. Сколько прямых, параллельных стороне *СЕ*, можно провести через вершину *Д*?

3. На рисунке 3 отрезки *АВ* и *СД* пересекаются в их общей середине *М*. Через точку *В* проведена прямая *а*, параллельная прямой *АД*. Докажите, что прямая *а* проходит через точку *С*.

Вариант III

1. Сформулируйте одно из свойств параллельных прямых.

2. На рисунке 4 прямые a и $в$ параллельны; $\angle 2 = 132°$. Найдите $\angle 7$.

3. На рисунке 5 $AB = BC$; $BF \parallel AC$. Докажите, что луч BF – биссектриса угла $CBД$.

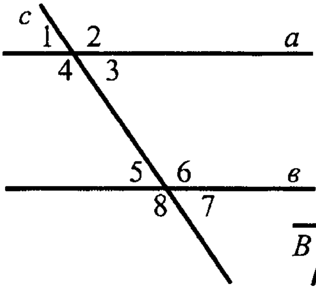


Рис. 1

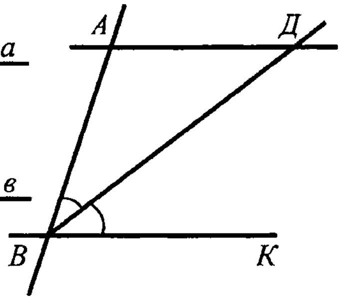


Рис. 2

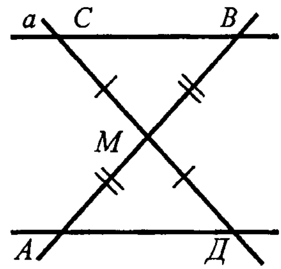


Рис. 3

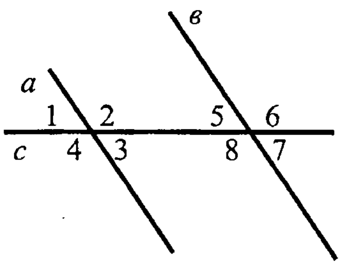


Рис. 4

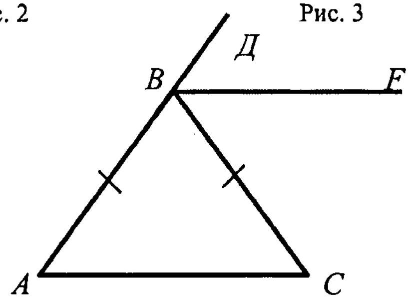


Рис. 5

II. Решение задач по готовым чертежам.

1. На рисунке 6 $AM = AN$, $\angle MNC = 117°$; $\angle ABC = 63°$. Докажите, что $MN \parallel BC$.

2. На рисунке 7 $AД = ДC$, $ДE \parallel AC$, $\angle 1 = 30°$. Найдите $\angle 2$ и $\angle 3$.

3. На рисунке 8 $BД \parallel AC$, луч BC – биссектриса угла $ABД$; $\angle EAB = 116°$. Найдите угол BCA.

4. На рисунке 9 лучи BO и CO – биссектрисы углов B и C треугольника ABC. На сторонах AB и AC отмечены точки M и N так, что $BM = MO$, $CN = NO$. Докажите, что точки M, O и N лежат на одной прямой.

5. На рисунке 10 AE – биссектриса треугольника ABC, $AД = ДE$, $AE = CE$, $\angle ACB = 37°$. Найдите $\angle BДE$.

6. На рисунке 11 $AД$ – биссектриса треугольника ABC, $AO = OД$, $MO \perp AД$. Докажите, что $MД \parallel AB$.

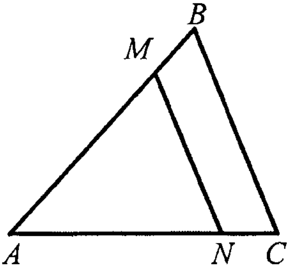


Рис. 6

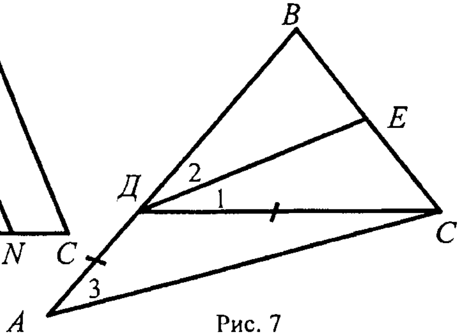


Рис. 7

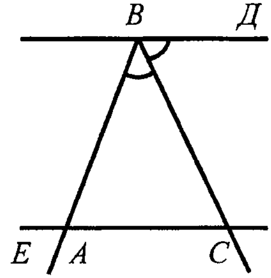


Рис. 8

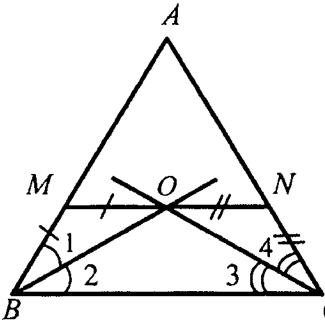


Рис. 9

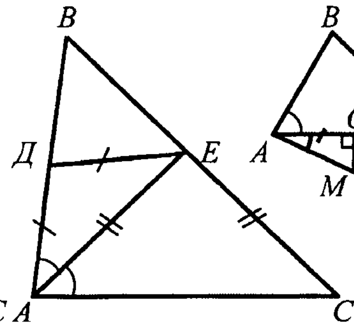


Рис. 10

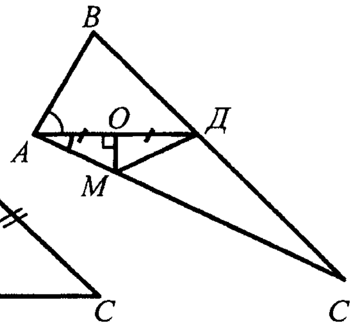


Рис. 11

7. Решить задачи № 217, 211 (б).

III. Самостоятельная работа (проверочного характера с анализом ее выполнения).

Вариант I

1. На рисунке 12 прямые *а* и *в* параллельны, угол 2 на 34° больше угла 1. Найдите угол 3.

2. Через вершину прямого угла *С* треугольника *АВС* проведена прямая *СД*, параллельная стороне *АВ*. Найдите углы *А* и *В* треугольника, если ∠*ДСВ* = 37°.

Вариант II

1. На рисунке 13 прямые *а* и *в* параллельны, угол 2 в четыре раза меньше угла 1. Найдите угол 3.

2. Через вершину *С* треугольника *СДЕ* с прямым углом *Д* проведена прямая *СР*, параллельная прямой *ДЕ*. Найдите углы *С* и *Е* треугольника, если $\angle PCE = 49°$.

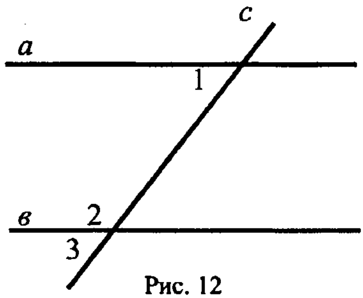


Рис. 12

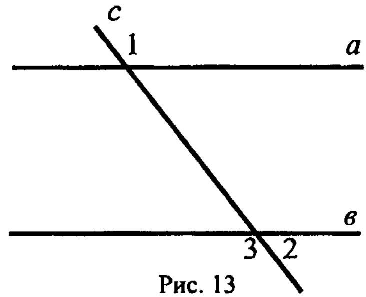


Рис. 13

IV. Итог урока.

Домашнее задание: повторить материал пунктов 24–29; подготовиться к контрольной работе, просмотрев решение задач по тетрадям; решить № 204, 207, 210.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3
(1 час)

Цели: проверить знания, умения и навыки учащихся по теме «Параллельные прямые» и применение знаний к решению задач.

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы.

II. Выполнение работы по вариантам.

Вариант I

1. Отрезки *EF* и *РД* пересекаются в их середине *М*. Докажите, что $PE \parallel ДF$.

2. Отрезок *ДМ* – биссектриса треугольника *СДЕ*. Через точку *М* проведена прямая, параллельная стороне *СД* и пересекающая сторону *ДЕ* в точке *N*. Найдите углы треугольника *ДМN*, если $\angle СДЕ = 68°$.

Вариант II

1. Отрезки MN и EF пересекаются в их середине P. Докажите, что $EN \parallel MF$.

2. Отрезок $AД$ – биссектриса треугольника ABC. Через точку $Д$ проведена прямая, параллельная стороне AB и пересекающая сторону AC в точке F. Найдите углы треугольника $AДF$, если $\angle BAC = 72°$.

Вариант III
(для более подготовленных учащихся)

1. Отрезок $AД$ – биссектриса треугольника ABC. Через точку $Д$ проведена прямая, пересекающая сторону AB в точке E так, что $AE = EД$. Найдите углы треугольника $AEД$, если $\angle BAC = 64°$.

2. На рисунке 14 $AC \parallel BД$, точка M – середина отрезка AB. Докажите, что M – середина отрезка $CД$.

Вариант IV
(для более подготовленных учащихся)

1. Отрезок $ДM$ – биссектриса треугольника $CДE$. Через точку M проведена прямая, пересекающая сторону $ДE$ в точке N так, что $DN = MN$. Найдите углы треугольника $ДMN$, если $\angle CДE = 74°$.

2. На рисунке 15 $AB \parallel ДC$, $AB = ДC$. Докажите, что точка O – середина отрезков AC и $BД$.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 5–29.

Глава IV. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА
(16 часов)

В этой главе изучаются новые интересные и важные свойства треугольников.

Открывается глава одной из важнейших теорем геометрии – теоремой о сумме углов треугольника. Затем рассматриваются соотношения между сторонами и углами треугольников. По ходу изучения нового материала повторяются многие вопросы предшествующих разделов курса: свойства смежных и вертикальных углов, признаки равенства треугольников, свойства параллельных прямых и другие вопросы.

Завершается глава задачами на построение треугольника по трем элементам.

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА (§ 1)
(2 часа)

В результате изучения параграфа 1 учащиеся должны уметь доказывать теорему о сумме углов треугольника и ее следствия; знать, какой угол называется внешним углом треугольника, какой треугольник называется остроугольным, тупоугольным, прямоугольным; уметь решать задачи типа № 223, 224, 225, 226, 228, 229, 234.

Урок 1
ТЕОРЕМА О СУММЕ УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

Цели: доказать теорему о сумме углов треугольника, следствия из нее; ввести понятия остроугольного, прямоугольного и тупоугольного треугольников; рассмотреть задачи на применение доказанных утверждений.

Ход урока

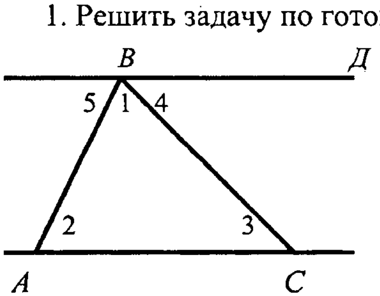
I. Анализ результатов контрольной работы.

1. Проанализировать характерные ошибки, допущенные в контрольной работе.

2. Выполнить работу над ошибками.

II. Изучение нового материала.

1. Решить задачу по готовому чертежу на доске (см. рис.).



На рисунке $BД \parallel AC$.

Найдите сумму углов треугольника ABC.

2. Вслед за решением этой задачи перед учащимися ставится вопрос: случайно ли сумма углов данного треугольника *ABC* оказалась равной 180° или этим свойством обладает любой треугольник?

Поиск ответа естественно приводит к формированию теоремы о сумме углов треугольника.

3. Доказательство теоремы о сумме углов треугольника (рис. 124 учебника).

4. Устно решить задачи № 223 (а, б, г), 225, 226.

5. Перед введением классификации треугольников по углам (п. 31) учащимся задается вопрос: «Может ли треугольник иметь: а) два прямых угла; б) два тупых угла; в) один прямой и один тупой угол?».

Ответы должны быть обоснованы с помощью теоремы о сумме углов треугольника.

6. Записать в тетрадях в ы в о д из этих ответов (следствие из теоремы о сумме углов треугольника): *в любом треугольнике либо все три угла острые, либо два угла острые, а третий – тупой или прямой.*

7. Ввести понятия остроугольного, тупоугольного и прямоугольного треугольников и обратить внимание учащихся на названия сторон прямоугольника, треугольника – гипотенуза и катет (рис. 126 учебника, модели треугольников).

III. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачи № 227(а) и 224 на доске и в тетрадях.

2. Решить задачу № 228 (а, в) на доске и в тетрадях.

Р е ш е н и е

1) Рассмотрим два случая:

а) угол при основании равен 40°, тогда второй угол при основании равнобедренного треугольника тоже равен 40°; значит, угол при вершине равен 180° – (40° + 40°) = 100°;

б) угол при вершине равен 40°, тогда углы при основании равны (180° – 40°) : 2 = 70°.

О т в е т: 40°; 40° и 100° или 40°; 70°.

2) Опираемся на доказанное в задаче № 226 утверждение: *углы при основании равнобедренного треугольника острые.* Значит,

угол при вершине равен 100°, а углы при основании равны (180° – 100°) : 2 = 40°.

Ответ: 100°; 40° и 40°.

3. Решить задачу № 229 на доске и в тетрадях.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить пункты 30–31; ответить на вопросы 1; 3; 4; 5 на с. 89; решить задачи № 223(в), 228(б), 230.

Урок 2
ВНЕШНИЙ УГОЛ ТРЕУГОЛЬНИКА. ТЕОРЕМА О ВНЕШНЕМ УГЛЕ ТРЕУГОЛЬНИКА

Цели: закрепить знания учащихся о сумме углов треугольника при решении задач; ввести понятие внешнего угла треугольника; доказать теорему о внешнем угле треугольника; учить решению задач.

Ход урока

I. Проверка усвоения изученного материала.

1. Один учащийся на доске доказывает теорему о сумме углов треугольника.

2. Второй учащийся решает на доске задачу № 230.

3. Устно со всем классом решаем задачи по готовым чертежам.

Вычислите все неизвестные углы треугольника (по рис. 1–8).

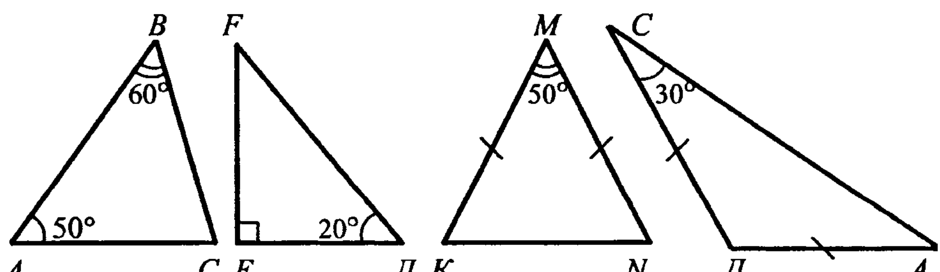


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3 Рис. 4

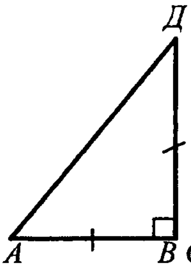


Рис. 5

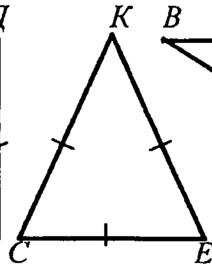


Рис. 6

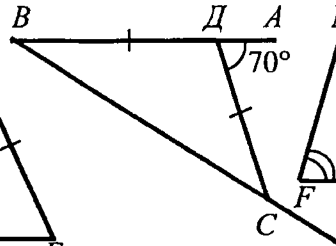


Рис. 7

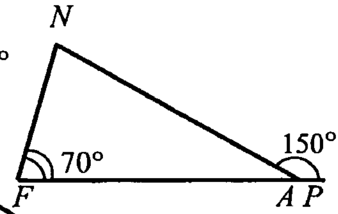


Рис. 8

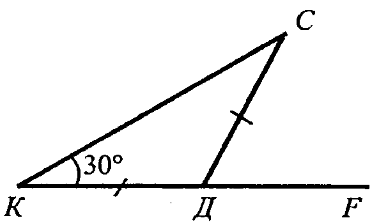
II. Изучение нового материала.

1. Ввести понятие внешнего угла треугольника.

2. Доказать теорему о внешнем угле треугольника (рис. 125 учебника).

3. Устно решить задачу: в треугольнике ABC $\angle B = 110°$. Чему равны: а) сумма остальных внутренних углов треугольника? б) внешний угол при вершине B?

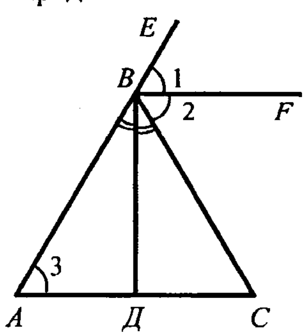
4. По готовому чертежу на доске устно решить задачу:



Найдите внутренние и внешний угол *СДF* треугольника *КСД*.

III. Решение задач.

1. Решить задачу № 232 под руководством учителя на доске и в тетрадях.



Дано: $\angle CBE$ – внешний угол треугольника ABC; $\angle CBE = 2\angle A$.

Доказать: ΔABC – равнобедренный.

Решение

Проведем биссектрисы *BF* и *BД* смежных углов *CBE* и *ABC*, тогда $BF \perp BД$ (см. задачу № 83). $BF \parallel AC$, так как $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, а углы 1 и 3 соответственные при пересечении прямых *BF* и *AC* секущей *AB*. $BД \perp AC$, так как

ВД⊥*BF*, а *BF* || *AC*. В треугольнике *ABC* биссектриса *ВД* является высотой, следовательно, треугольник *ABC* – равнобедренный (см. задачу № 133).

2. Обратное утверждение также верно, а именно: если треугольник равнобедренный, то внешний угол при вершине, противолежащей основанию треугольника, в два раза больше угла при основании. Действительно, этот внешний угол равен сумме двух углов при основании равнобедренного треугольника, а так как углы при основании равны, то данный внешний угол в два раза больше угла при основании треугольника.

3. Решить задачу № 234 на доске и в тетрадях (рассмотреть два случая).

IV. Самостоятельная работа обучающего характера (15–20 мин).

Вариант I

1. Один из углов равнобедренного треугольника равен 96°. Найдите два других угла треугольника.

2. В треугольнике *СДЕ* с углом ∠*E* = 32° проведена биссектриса *CF*, ∠*CFД* = 72°. Найдите ∠*Д*.

Вариант II

1. Один из углов равнобедренного треугольника равен 108°. Найдите два других угла треугольника.

2. В треугольнике СДЕ проведена биссектриса *CF*, ∠*Д* = 68°, ∠*E* = 32°. Найдите ∠*CFД*.

Вариант III

1. В равнобедренном треугольнике *MNP* с основанием *MP* и углом ∠*N* = 64° проведена высота *MH*. Найдите ∠*PMH*.

2. В треугольнике *СДЕ* проведены биссектрисы *CK* и *ДP*, пересекающиеся в точке *F*, причем ∠*ДFK* = 78°. Найдите ∠*CEД*.

Вариант IV

1. В равнобедренном треугольнике *СДЕ* с основанием *CE* и ∠*Д* = 102° проведена высота *CH*. Найдите ∠*ДCH*.

2. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AM и BN, пересекающиеся в точке K, причем $\angle AKN = 58°$. Найдите $\angle ACB$.

V. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить пункты 30–31; ответить на вопросы 1–5 на с. 89; решить задачи № 233, 235.

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА (§ 2)

(3 часа)

В результате изучения параграфа 2 учащиеся должны уметь доказывать теорему о соотношениях между сторонами и углами треугольника и следствия из нее; теорему о неравенстве треугольника, применять их при решении задач типа № 236, 237, 238, 239, 240, 243, 244, 248, 249, 250.

Урок 1
ТЕОРЕМА О СООТНОШЕНИЯХ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

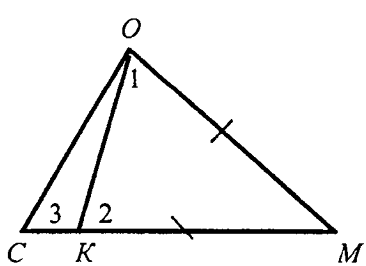
Цели: рассмотреть теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника, следствия из этих теорем; научить применять эти знания при решении задач.

Ход урока

I. Анализ результатов самостоятельной работы.

II. Изучение нового материала.

1. Изучение нового материала необходимо начать с решения подготовительной задачи (см. рис.).



Дано: ΔMOC; $KM = OM$; $K \in MC$.

Доказать: 1) $\angle 1 > \angle 3$;

2) $\angle MOC > \angle 3$.

Доказательство

1) Треугольник OMK – равнобедренный с основанием OK, поэтому $\angle 1 = \angle 2$. Угол 2 – внешний угол треугольника OKC, поэтому $\angle 2 > \angle 3$. Значит, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 2 > \angle 3$, следовательно, $\angle 1 > \angle 3$.

2) Так как точка K лежит на MC, то $\angle MOC > \angle 1$, а так как $\angle 1 > \angle 3$, то $\angle MOC > \angle 3$.

2. Сформулировать и доказать первое утверждение теоремы: *в треугольнике против большей стороны лежит больший угол* (по рис. 127 учебника).

3. Устно решить задачу № 236.

4. Перед доказательством второго утверждения теоремы (в треугольнике против большего угла лежит большая сторона) напомнить учащимся, какая теорема называется обратной данной, и предложить привести примеры обратных теорем, изученных ранее.

5. Дать возможность учащимся самостоятельно сформулировать утверждение, обратное первому утверждению. На классной доске и в тетрадях учащиеся делают следующую запись:

	Теорема	Обратная теорема
Дано (условие)	ΔABC; $AB > AC$	ΔABC; $\angle ACB > \angle ABC$
Доказать (заключение)	$\angle ACB > \angle ABC$	$AB > AC$

6. Доказательство обратного утверждения проводится *методом от противного*. В связи с этим, после того как сформулирована обратная теорема, записаны ее условие и заключение, полезно вспомнить, что при сравнении двух отрезков, например, $СД$ и EF, возможен один и только один из трех случаев: $СД > EF$; $СД = EF$; $СД < EF$. Поэтому если мы предполагаем, что СД не больше EF, то возможны два случая: либо $СД = EF$, либо $СД < EF$. После этих предварительных рассуждений учащимся легче понять, почему при доказательстве теоремы, предположив, что AB не больше AC, мы рассматриваем два возможных случая: либо $AB = AC$, либо $AB < AC$.

7. Устно решить задачу № 237.

8. Следствие 1 учащиеся доказывают самостоятельно.

9. Следствие 2, выражающее признак равнобедренного треугольника, учащиеся доказывают с помощью учителя.

III. Закрепление изученного материала.

1. Решить следующие задачи (по готовым чертежам):

1) В треугольнике ABC угол C тупой, K – произвольная точка на стороне АС. Докажите, что $BK < AB$.

2) В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка $Д$ так, что $ДC = BC$. Докажите, $\angle B > \angle A$.

2. Решить задачу № 240.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 32; ответить на вопросы 6–8 на с. 89–90; решить задачи № 239, 241.

Урок 2
НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

Цели: доказать теорему о неравенстве треугольника; учить решать задачи, используя изученные теоремы и следствия из них; развивать логическое мышление учащихся.

Ход урока

I. Проверка усвоения изученного на предыдущем уроке материала.

1. Фронтальный опрос.

2. Два человека записывают в это время на доске решения домашних задач для последующей проверки с классом.

II. Объяснение нового материала.

1. Доказательство теоремы о неравенстве треугольника.

2. Решение задачи № 251 (есть решение в учебнике на странице 75).

После этого записать в тетрадях вывод: *Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон, но больше разности двух других сторон:* $в - c < a < в + c$; $a - c < в < a + c$; $a - в < c < a + в$.

3. Устно решить задачу № 248.

III. Решение задач.

1. Решить задачу № 249.

Решение

Рассмотрим два случая:

1) стороны равнобедренного треугольника 25 см, 25 см и 10 см. По теореме о неравенстве треугольника имеем:

$25 < 25 + 10$ верное.

$25 < 35$ верное.

Значит, основание равно 10 см;

2) стороны равны 10 см, 10 см и 25 см. По теореме о неравенстве треугольника получим $25 < 10 + 10$; $25 < 20$ неверное.

Ответ: основание равно 10 см.

2. Самостоятельно решить задачу № 250 (а).

3. Решить задачу № 253 на доске и в тетрадях.

Решение

1) Пусть внешний угол при вершине A равнобедренного треугольника ABC острый, тогда $\angle BAC$ тупой. Следовательно, BC – основание треугольника, а потому $\angle B = \angle C$ и $AB = AC$.

2) $BC > AB$ и $BC > AC$, так как против тупого угла лежит бóльшая сторона треугольника. Поэтому, учитывая условия задачи, имеем: $BC - AB = 4$ (см), отсюда $BC = AB + 4$.

3) $AB + AC + BC = 25$ см, или $2AB + BC = 25$ см.

Но $BC = AB + 4$, тогда $2AB + AB + 4 = 25$;

$3AB = 21$; $AB = 7$ см, $BC = 11$ см, $AC = 7$ см.

Ответ: 7 см, 11 см, 7 см.

4. Решить задачу № 246 по рисунку 129 учебника на доске и в тетрадях.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: выучить материал пунктов 30–33; ответить на вопросы 1–9 на с. 89–90; решить задачи № 242, 250 (б, в).

Урок 3
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: повторить и обобщить изученный материал; выработать умение учащихся применять изученные теоремы при решении задач; развивать логическое мышление учащихся; подготовить учащихся к контрольной работе.

Ход урока

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Проверка доказательства теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника и теоремы о неравенстве треугольника (у доски и за первыми партами – на листочках; это позволяет проверить у учащихся знание теорем и накопить отметки).

2. Фронтальная работа с классом:

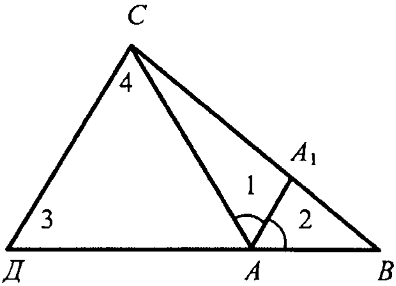
1) ответы на вопросы 1–9 на с. 89–90;

2) устно решить задачу: существует ли треугольник со сторонами 4 м, 5 м и 8 м; со сторонами 6 см, 12 см и 3 см; со сторонами 9 дм, 9 дм и 7 дм?

3. Собрать листочки у работающих на месте и выслушать ответы учащихся, работающих у доски.

II. Решение задач.

1. Решить задачу № 243 на доске и в тетрадях.



Дано: ΔABC; AA_1 – биссектриса; $CД \parallel AA_1$; $Д \in AB$.

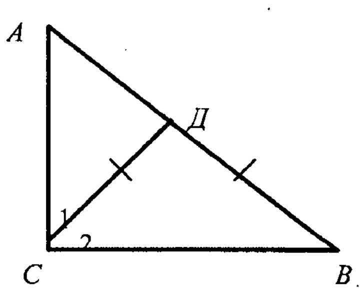
Доказать: $AC = AД$.

Доказательство

Так как по условию AA_1 – биссектриса треугольника ABC, то $\angle 1 = \angle 2$.

$\angle 1 = \angle 4$ как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых AA_1 и $CД$ и секущей $AД$. Из равенств $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 1 = \angle 4$; $\angle 2 = \angle 3$ следует, что $\angle 3 = \angle 4$, тогда по признаку равнобедренного треугольника имеем, что треугольник $ДAC$ – равнобедренный, значит, по определению $AC = AД$.

2. Решить задачу 1: в прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза $AB = 10$ см. Найдите $CД$, если точка $Д$ лежит на гипотенузе AB и $BД = CД$.



Дано: ΔABC; $\angle C = 90°$; $AB = 10$ см. $Д \in AB$ и $BД = CД$.

Найти: $CД$.

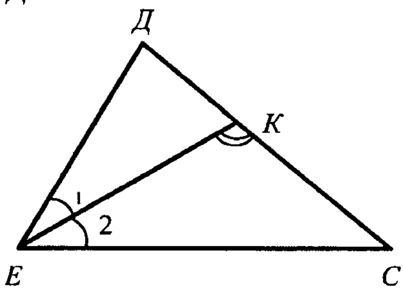
Решение

$\angle 2 = \angle B$, так как по условию $CД = ДB$. $\angle 1 + \angle 2 = 90°$; $\angle B + \angle A = 90°$; но $\angle 2 = \angle B$, поэтому $\angle A = \angle 1$, значит, треугольник $AДC$ – равнобедренный, тогда $AД = CД$.

Итак, $CД = BД$ по условию, $AД = CД$ по доказанному, следовательно, $CД = \frac{1}{2} AB = 5$ см.

Ответ: 5 см.

3. Решить задачу 2: отрезок EK – биссектриса треугольника $ДEC$.



Докажите, что $KC < EC$.

Доказательство

Угол EKC – внешний угол треугольника $ДKE$, поэтому он больше угла 1 и, значит, больше угла 2, так как $\angle 1 = \angle 2$. Так как $\angle EKC > \angle 2$, то $EC > KC$ (по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугольника).

4. Решить задачу № 298 по рисунку 145 учебника.

III. Самостоятельная работа (15 мин).

Вариант I

В треугольнике ABC проведена биссектриса $BД$, $\angle A = 75°$; $\angle C = 35°$.

1) Докажите, что треугольник $BДC$ – равнобедренный.

2) Сравните отрезки $AД$ и $ДC$.

Вариант II

В треугольнике $CДE$ проведена биссектриса EF, $\angle C = 90°$; $\angle Д = 30°$.

1) Докажите, что треугольник $ДEF$ – равнобедренный.

2) Сравните отрезки CF и $ДF$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе, повторив материал пунктов 17–33; решить задачи № 244, 252, 297.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

(1 час)

Цели: проверить знания и умения учащихся в решении задач и применении изученного материала.

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы.

II. Выполнение работы по вариантам.

Вариант I

1. На рисунке 1 $\angle ABE = 104°$, $\angle ДCF = 76°$, $AC = 12$ см. Найдите сторону AB треугольника ABC.

2. В треугольнике $СДЕ$ точка M лежит на стороне CE, причем $\angle СМД$ острый. Докажите, что $ДЕ > ДМ$.

3. Периметр равнобедренного тупоугольного треугольника равен 45 см, а одна из его сторон больше другой на 9 см. Найдите стороны треугольника.

Вариант II

1. На рисунке 2 $\angle BAE = 112°$, $\angle ДBF = 68°$, $BC = 9$ см. Найдите сторону AC треугольника ABC.

2. В треугольнике MNP точка K лежит на стороне MN, причем $\angle NKP$ острый. Докажите, что $KP < MP$.

3. Одна из сторон тупоугольного равнобедренного треугольника на 17 см меньше другой. Найдите стороны этого треугольника, если его периметр равен 77 см.

Вариант III
(для более подготовленных учащихся)

1. На рисунке 1 $\angle CBM = \angle ACF$; $P_{\Delta ABC} = 34$ см, $BC = 12$ см. Найдите сторону AC треугольника ABC.

2. В треугольнике MNK $\angle K = 37°$, $\angle M = 69°$, NP – биссектриса трсугольника. Докажитс, что $MP < PK$.

3. Периметр равнобедренного треугольника равен 45 см, а одна из его сторон больше другой на 12 см. Найдите стороны треугольника.

Вариант IV
(для более подготовленных учащихся)

1. На рисунке 2 $\angle EAM = \angle ДBF$; $BC = 17$ см, $P_{\Delta ABC} = 45$ см. Найдите сторону AB треугольника ABC.

2. В треугольнике $СДЕ$ $\angle E = 76°$, $\angle Д = 66°$, EK – биссектриса треугольника. Докажите, что $KC > ДK$.

3. Периметр равнобедренного треугольника равен 50 см, а одна из его сторон на 13 см меньше другой. Найдите стороны треугольника.

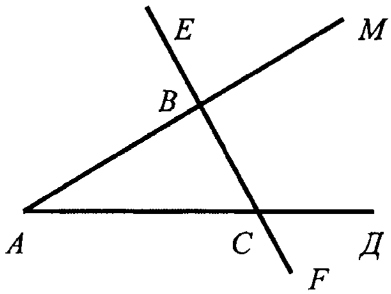


Рис. 1

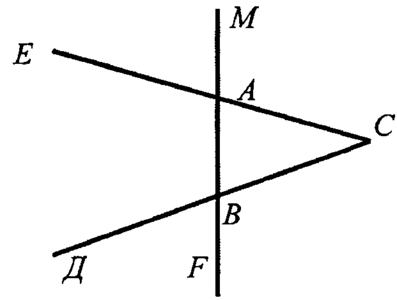


Рис. 2

IV. Итоги урока.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ (§ 3)
(4 часа)

В результате изучения параграфа 3 учащиеся должны уметь доказывать свойства 1°–3° прямоугольных треугольников; знать формулировки признаков равенства прямоугольных треугольников и уметь их доказывать; уметь применять свойства и признаки при решении задач типа № 254, 255, 256, 258, 260, 263, 265.

Урок 1
НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цели: рассмотреть некоторые свойства прямоугольных треугольников и показать, как они применяются при решении задач.

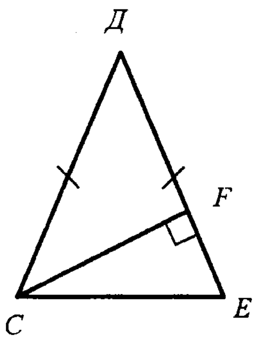
Ход урока

I. Анализ результатов контрольной работы.

II. Изучение нового материала.

1. Устно решить задачу № 254 (использовать демонстрационный равнобедренный прямоугольный треугольник).

2. Решить задачу № 255 на доске и в тетрадях.



Дано: $\Delta СДЕ$; $СД = ДЕ$; $CF \perp ДЕ$; $\angle Д = 54°$.

Найти: $\angle ECF$.

Решение

По условию треугольник $СДЕ$ – равнобедренный, тогда $\angle E = \angle ДСЕ = (180° - 54°) : 2 = 63°$ (углы при основании равнобедренного треугольника равны).

Так как $CF \perp ДЕ$ по условию, то треугольник CFE – прямоугольный, в нем $\angle CFE = 90°$, $\angle E = 63°$; тогда $\angle ECF = 180° - (90° + 63°) = 27°$.

Ответ: 27°.

3. Рассмотреть свойство 1° и посоветовать учащимся запомнить его, поскольку оно часто используется при решении задач.

4. Доказательство свойств 2° и 3° следует провести учителю самому с записью условия и заключения прямого и обратного утверждений на доске в виде таблицы. Эту таблицу учащиеся должны воспроизвести в своих тетрадях.

	Теорема	Обратная теорема
Дано	ΔABC; $\angle A = 90°$ $\angle B = 30°$	ΔABC; $\angle A = 90°$, $AC = \frac{1}{2}BC$
Доказать	$AC = \frac{1}{2}BC$	$\angle B = 30°$

III. Закрепление изученного материала.

1. Устно решить задачи по готовым чертежам на доске:

1) Дано: ΔABC (рис. 1). Найти: углы ΔABC.

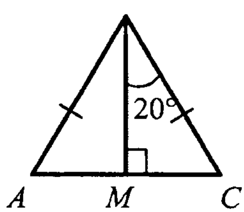


Рис. 1

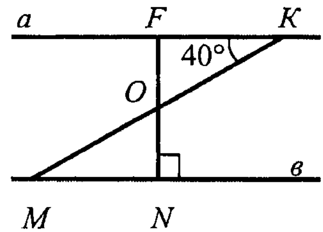


Рис. 2

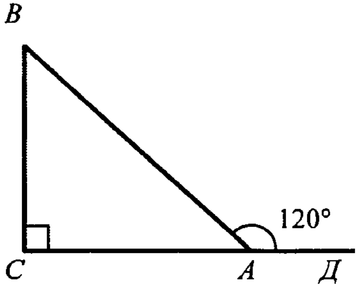


Рис. 3

2) Дано: $a \parallel в$ (рис. 2).

Найти: углы треугольника MON.

2. Решить задачу № 257 на доске и в тетрадях.

Дано: ΔABC (рис. 3); $\angle C = 90°$, $\angle BAД = 120°$ внешний угол; $AC + AB = 18$ см.

Найти: AC и AB.

Решение

$\angle CAB = 180° - 120° = 60°$ (смежные углы), тогда $\angle B = 90° - 60° = 30°$ (по свойству 1°); $AC = \frac{1}{2}AB$ (свойство 2°; катет, лежащий против угла в 30°). По условию $AC + AB = 18$ см; $\frac{1}{2}AB + AB = 18$ см; $1\frac{1}{2}AB = 18$ см, $AB = 12$ см; значит, $AC = 18 - 12 = 6$ (см).

Ответ: $AB = 12$ см; $AC = 6$ см.

3. Решить задачу № 260.

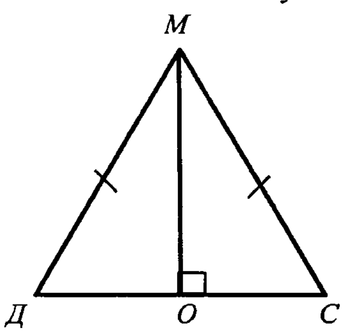


Рис. 4

Дано: $\Delta ДMC$ (рис. 4); $ДM = MC$; $MO \perp ДC$; $ДM = 15{,}2$ см; $MO = 7{,}6$ см.

Найти: углы $\Delta ДMC$.

Решение

Так как $MO = \frac{1}{2}ДM$, то по свойству 3° $\angle Д = 30°$, тогда $\angle C = 30°$, $\angle M = 180° - (30° + 30°) = 180° - 60° = 120°$.

Ответ: $\angle Д = \angle C = 30°$; $\angle M = 120°$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 34; повторить пункты 15–33; ответить на вопросы 10 и 11 на с. 90; решить № 256, 259.

Урок 2
ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

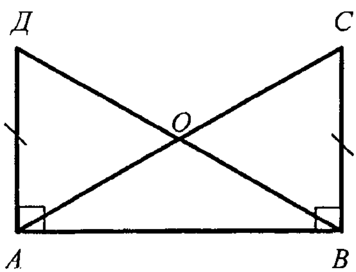
Цели: доказать признаки равенства прямоугольных треугольников и показать, как они применяются при решении задач.

Ход урока

I. Повторение изученного материала.

1. Сформулировать свойства прямоугольных треугольников.

2. Вспомнить признаки равенства треугольников.



3. Решить задачу: гипотенузы *ВД* и *АС* прямоугольных треугольников *АВД* и *АВС* с общим катетом *АВ* и с равными катетами *АД* и *ВС* пересекаются в точке *О* (см. рис.).

Докажите, что треугольник *АОВ* равнобедренный.

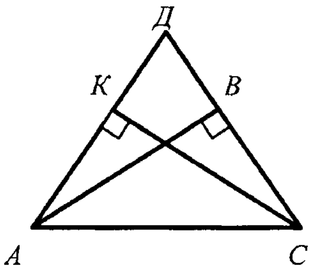
II. Изучение нового материала.

1. Учащиеся самостоятельно (устно), используя признаки равенства треугольников, доказывают признаки равенства прямоугольных треугольников по двум катетам, по катету и прилежащему острому углу, по гипотенузе и острому углу (учитель держит перед классом два равных прямоугольных треугольника и задает наводящие вопросы).

2. Доказательство признака равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу (устно) по моделям равных прямоугольных треугольников.

3. Доказательство признака равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету проводит сам учитель (рис. 133 учебника), так как доказательство этого признака требует дополнительных построений и непростых логических рассуждений.

III. Закрепление изученного материала.



1. Решить задачу № 261 на доске и в тетрадях.

Дано: $\Delta АДС$; $АД = ДС$; $АВ$ и $СК$ – высоты.

Доказать: $АВ = СК$.

Доказательство

По условию $АВ \perp ДС$ и $СК \perp АД$, тогда $\Delta АВС$ и $\Delta АКС$ – прямоугольные; в них $АС$ – общая гипотенуза и $\angle КАС = \angle ВСА$, так как по условию $\Delta АДС$ равнобедренный.

Значит, $\Delta АВС = \Delta СКА$ (по гипотенузе и острому углу).

Тогда $АВ = СК$.

2. Учащиеся самостоятельно формулируют и доказывают признак равенства прямоугольных треугольников по катету и противолежащему углу (задача № 268).

3. Решить задачу № 269 на доске и в тетрадях.

Указание: при решении задачи применить вывод задачи № 268 – признак равенства прямоугольных треугольников по катету и противолежащему углу.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 35; ответить на вопросы 12–13 на с. 90; решить задачи № 262, 264.

Урок 3
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: научить применять признаки равенства прямоугольных треугольников и их свойства при решении задач; вырабатывать умение решать задачи; учить логически мыслить.

Ход урока

I. Устная работа.

1. Сформулировать свойства прямоугольных треугольников.

2. Сформулировать признаки равенства прямоугольных треугольников.

3. Устно решить задачи по готовым чертежам:

1) На рисунке 1 $\angle B = \angle C = 90°$; $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $AB = CД$.

2) На рисунке 2 $AB = CД$; $BC = AД$, $\angle AFB = \angle CEД = 90°$. Докажите, что $BF = EД$; $AF = EC$.

3) На рисунке 3 $\angle 1 = \angle 2 = 90°$, $AB = ДC$. Докажите, что $BC = AД$.

4) На рисунке 4 AH и A_1H_1 – высоты треугольников ABC и $A_1B_1C_1$; $AC = A_1C_1$; $\angle 1 = \angle 2$; $AH = A_1H_1$.

Докажите, что $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

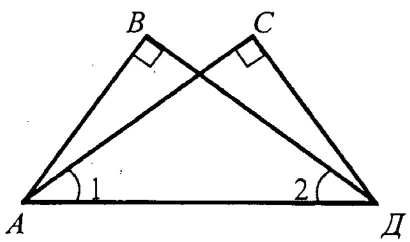


Рис. 1

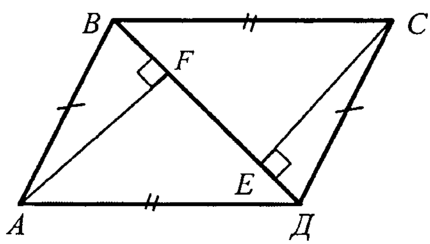


Рис. 2

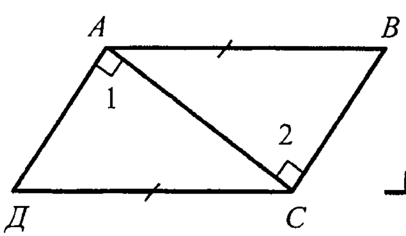


Рис. 3

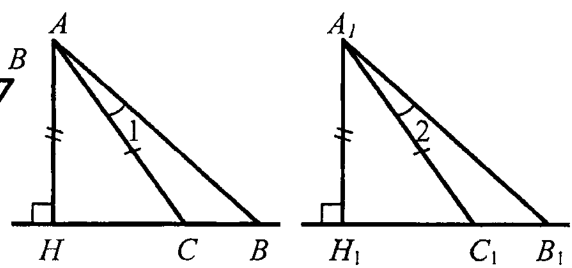


Рис. 4

II. Решение задач.

1. Решить задачу № 263 на доске и в тетрадях.

2. Решить задачу № 267 на доске и в тетрадях.

Указание: при доказательстве применить признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.

III. Самостоятельная работа (проверочного характера) (20 мин).

Вариант I

1. На рисунке 5 $AД = ДC$; $EД = ДF$; $\angle 1 = \angle 2 = 90°$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

2. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60°, а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 18 см. Найдите гипотенузу и меньший катет.

Вариант II

1. На рисунке 6 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4 = 90°$; $BД = ДC$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

2. Один из острых углов прямоугольного треугольника в два раза меньше другого, а разность гипотенузы и меньшего катета равна 15 см. Найдите гипотенузу и меньший катет.

Вариант III

(для более подготовленных учащихся)

1. Через середину отрезка AB проведена прямая a. Из точек A и B к прямой a проведены перпендикуляры AC и $BД$. Докажите, что $AC = BД$.

2. В прямоугольном треугольнике $CДE$ с прямым углом E проведена высота EF. Найдите CF и $FД$, если $CД = 18$ см, а $\angle ДCE = 30°$.

Вариант IV

(для более подготовленных учащихся)

1. Из точки M биссектрисы неразвернутого угла O проведены перпендикуляры MA и MB к сторонам этого угла. Докажите, что $MA = MB$.

2. В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB и $\angle A = 60°$ проведена высота CH. Найдите BH, если $AH = 6$ см.

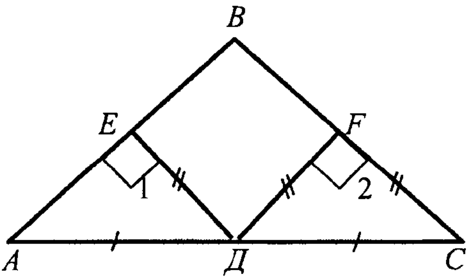


Рис. 5

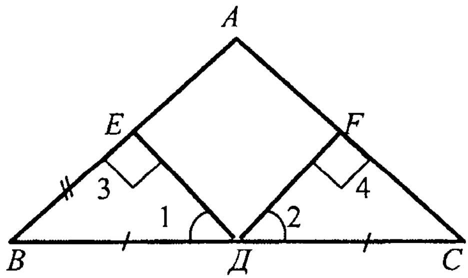


Рис. 6

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 30–35; подготовиться к устному опросу по карточкам; прочитать п. 36; решить № 258, 265.

Урок 4
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: повторить и систематизировать ранее изученный материал; вырабатывать навыки в решении задач; развивать логическое мышление учащихся.

Ход урока

I. Анализ результатов самостоятельной работы.

1. Указать ошибки учащихся в решении задач.
2. Решить задачи, вызвавшие затруднения у учащихся.

II. Устный опрос учащихся по карточкам.

Вариант I

1. Сформулируйте теорему о сумме углов треугольника.
2. Один из углов при основании равнобедренного треугольника равен 65°. Найдите остальные углы треугольника.
3. В треугольнике ABC $\angle B = 110°$; биссектрисы углов A и C пересекаются в точке O. Найдите угол AOC.

Вариант II

1. Сформулируйте свойство катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 30°.
2. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90°$; $\angle B = 60°$, $AB = 15$ см. Найдите BC.
3. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60°, а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 42 см. Найдите гипотенузу.

Вариант III

1. Сформулируйте признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.

2. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle B = \angle B_1 = 90°$; $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. Найдите углы A_1 и C_1 треугольника $A_1B_1C_1$, если $\angle A = 34°$; $\angle C = 54°$.

3. На сторонах угла A отмечены точки B и C так, что $AB = AC$. Через точки B и C проведены прямые, перпендикулярные соответственно к сторонам AB и AC данного угла и пересекающиеся в точке M. Докажите, что $MB = MC$.

Вариант IV

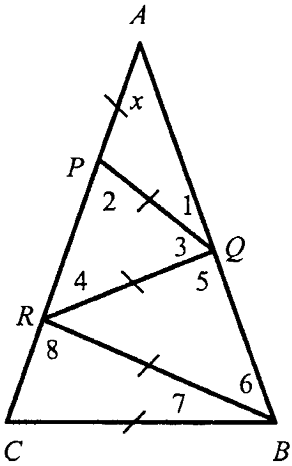
1. Сформулируйте признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу.

2. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ углы B и B_1 прямые, $\angle A = \angle A_1$, $AC = A_1C_1$. Найдите стороны B_1C_1, и A_1B_1 треугольника $A_1B_1C_1$, если $BC = 17$ см, $AB = 12$ см.

3. Даны два равных прямоугольных треугольника ABC и $A_1B_1C_1$, у которых $\angle B = \angle B_1 = 90°$, $\angle A = \angle A_1$; BH и B_1H_1 – высоты. Докажите, что $\Delta BHC = \Delta B_1H_1C_1$.

III. Решение задач.

1. Решить задачу № 299 на доске и в тетрадях.



Решение

При решении удобно обозначить $\angle A = x$ и ввести обозначения цифровые для углов, как показано на рисунке.

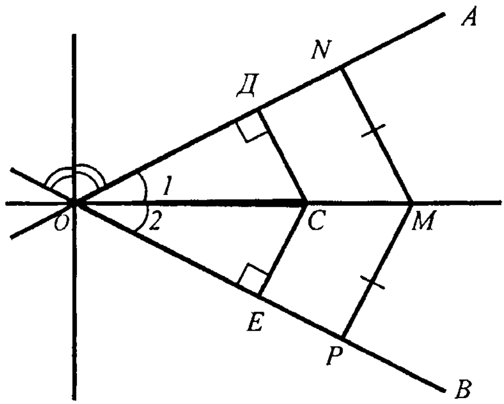
Итак, $\angle A = x$, поэтому $\angle 1 = \angle A = x$, $\angle 2 = 2x$ (как внешний угол ΔAPQ), $\angle 4 = \angle 2 = 2x$; $\angle 3 = 180° - (\angle 2 + \angle 4) = 180° - 4x$; $\angle 5 = 180° - (\angle 1 + \angle 3) = 3x$; $\angle 6 = \angle 5 = 3x$. Далее, $\angle 7 = \angle B - \angle 6$, но $\angle B = \angle C = \dfrac{180° - x}{2}$, поэтому

$$\angle 7 = \frac{180° - x}{2} - 3x = \frac{180° - 7x}{2}.$$

Так как $\angle 8 = \angle C$, то $\angle C + \angle 8 + \angle 7 = 2\angle C + \angle 7 = 180°$, или $180° - x + \dfrac{180° - 7x}{2} = 180°$. Отсюда получаем, что $x = 20°$. Значит, $\angle A = 20°$.

Ответ: 20°.

2. Решить задачу № 311 на доске и в тетрадях.



Решение

Проведем биссектрисы углов, образованных при пересечении двух прямых, *OA* и *OB*. Возьмем произвольную точку *C* на одной из биссектрис и докажем, что она равноудалена от прямых *OA* и *OB*, то есть докажем, что *СД* = *CE*. В самом деле, прямоугольные треугольники *ОДС* и *OEC* равны по гипотенузе (*OC* – общая гипотенуза) и острому углу ($\angle 1 = \angle 2$), поэтому *СД* = *CE*. Докажем теперь, что любая точка *M*, расположенная внутри угла *AOB* и равноудаленная от сторон *OA* и *OB*, лежит на биссектрисе этого угла. Для этого проведем перпендикуляры *MN* и *MP* к прямым *OA* и *OB* и рассмотрим прямоугольные треугольники *ONM* и *OPM*. Они равны по катету и гипотенузе (*OM* – общая гипотенуза, *MN* = *MP*, так как по условию точка *M* равноудалена от сторон *OA* и *OB*), поэтому $\angle NOM = \angle POM$, то есть луч *OM* – биссектриса угла *AOB*. Из доказанных утверждений следует, что искомое множество точек состоит из двух прямых, содержащих биссектрисы углов, образованных при пересечении данных прямых.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 15–33; решить задачи № 266, 297; принести циркули и линейки.

ПОСТРОЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА ПО ТРЕМ ЭЛЕМЕНТАМ (§ 4)

(4 часа)

В результате изучения параграфа 4 учащиеся должны знать, какой отрезок называется наклонной, проведенной из данной точки к данной прямой, что называется расстоянием от точки до прямой и расстоянием между двумя параллельными прямыми; уметь доказывать, что перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой прямой; теорему о том, что все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой; уметь строить треугольник по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум прилежащим к ней углам, по трем сторонам; уметь решать задачи типа № 271, 273, 277, 278(а), 283, 284, 288, 290, 291.

Урок 1
РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ. РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПРЯМЫМИ

Цели: ввести понятия расстояния от точки до прямой и расстояния между параллельными прямыми, показать, как они применяются при решении задач.

Ход урока

I. Изучение нового материала.

1. Ввести понятия *расстояния от точки до прямой* (рис. 136):

1) понятие наклонной – отрезок *AM*;

2) перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой прямой;

3) длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой, называется расстоянием от этой точки до прямой.

2. Рассмотреть рисунок 137.

3. Рассмотреть одно из важнейших свойств параллельных прямых: разобрать доказательство теоремы «Все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой» по рисунку 138.

4. Ввести понятие расстояния между параллельными прямыми: расстояние от произвольной точки одной из параллельных прямых до другой прямой называется расстоянием между этими прямыми.

5. Справедливо утверждение, обратное доказанной теореме. Оно лежит в основе конструкции рейсмуса (рис. 139 учебника),

применяемого в столярном деле для разметки прямых, параллельных краю бруска (рис. 139).

II. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачи № 271, 275 на доске и в тетрадях.

2. Решить задачу № 278.

Указание: воспользоваться свойством катета, лежащего в прямоугольном треугольнике против угла в 30°.

3. Устно решить задачи № 281, 282 по готовым чертежам.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 37; ответить на вопросы 14–18 на с. 90 учебника; решить задачи № 272, 277, 283; принести циркули и линейки.

Урок 2
ПОСТРОЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА ПО ТРЕМ ЭЛЕМЕНТАМ

Цель: рассмотреть задачи на построение треугольника по трем элементам.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Фронтальный опрос учащихся по изученному ранее материалу.

2. Ответить на вопросы 14–18 на с. 90.

3. Двое учащихся на доске решают домашние задачи № 272, 277.

II. Объяснение нового материала.

1. Напомнить учащимся, что значит решить задачу на построение с помощью циркуля и линейки; можно рассказать о том, что обычно задачи на построение решаются по схеме, состоящей из четырех частей: 1) анализ; 2) построение; 3) доказательство; 4) исследование (описание схемы содержится в пункте «Задачи повышенной трудности к главам III и IV» на с. 92–94 учебника).

Вместе с тем нужно иметь в виду, что в VII классе, как правило, следует ограничиться только выполнением и описанием построения. В отдельных случаях можно провести устно анализ и доказательство, а элементы исследования должны присутствовать лишь тогда, когда это оговорено условием задачи.

2. Рассмотреть решение задачи № 1.

Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними (рис. 140).

3. Разобрать решение задачи № 2. Построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.

4. Решить задачу № 284 (рис. 142). (Решение приведено в учебнике на с. 87.)

5. Решить задачу № 290 (а) на доске и в тетрадях.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 38 (1 и 2); решить задачи № 274, 285.

Уроки 3 и 4
ПОСТРОЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА ПО ТРЕМ ЭЛЕМЕНТАМ. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ

Цель: научить учащихся решать задачи на построение, используя циркуль и линейку.

Ход урока

I. Ответы на вопросы учащихся по домашнему заданию.

II. Изучение нового материала.

1. Разобрать решение задачи № 3 на доске и в тетрадях.

Построить треугольник по трем сторонам (рис. 141 и решение задачи на с. 85–86 учебника). Провести исследование, всегда ли задача № 3 имеет решение.

2. Решить задачи № 286, 289, 290 (б), 291 (в), 292, 293 на доске и в тетрадях. Решение задачи № 293 приведено в учебнике на с. 88–89.

III. Самостоятельная работа (проверочного характера) (20–25 мин).

Вариант I

1. Постройте прямоугольный треугольник по катету и прилежащему острому углу.

2. Даны отрезки *PQ* и P_1Q_1 и угол *hk*. Постройте треугольник *СДЕ* так, чтобы $CE = PQ$, $\angle C = \angle hk$, $CF = P_1Q_1$, где *CF* – высота треугольника.

Вариант II

1. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и медиане, проведенной к основанию.

2. Даны отрезки *PQ* и P_1Q_1 и P_2Q_2. Постройте треугольник *EKF* так, чтобы $EF = PQ$, $KF = P_1Q_1$ и $FД = P_2Q_2$, где *FД* – высота треугольника.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: пункты 37–38; вопросы 14–20 на с. 90; решить задачи № 273, 287, 288, 291 (а, б, г). Наиболее подготовленным учащимся можно предложить задачи № 294, 295, 303, 304.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ
(1 час)

Цели: закрепить в процессе решения задач усвоение изученного материала по теме «Прямоугольные треугольники», продолжить формирование навыков в решении задач на построение.

Ход урока

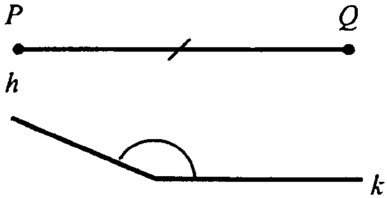
I. Анализ результатов самостоятельной работы.

II. Решение задач.

1. На доске и в тетрадях решить задачи № 301, 302, 308, 310, 314(б, в), 315 (а, ж, з), 318.

2. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и внешнему углу при вершине острого угла.

Решение



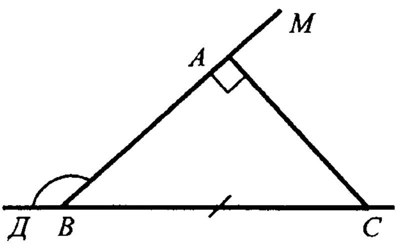
Начертим данные отрезок PQ и угол hk.

Построение

1) Проведем прямую, отметим на ней точку B и отложим отрезок BC, равный PQ.

2) Отложим от луча $BД$, являющегося продолжением луча BC, угол $ДBM$, равный углу hk.

3) Построим прямую, проходящую через точку C и перпендикулярную к прямой BM, и обозначим буквой A точку пересечения этой прямой с лучом BM. Треугольник ABC искомый.



Доказательство (устно)

По построению треугольник ABC – прямоугольный, гипотенуза BC равна данному отрезку PQ и внешний угол $ABД$ треугольника равен данному углу hk. Таким образом, построенный треугольник ABC удовлетворяет всем условиям задачи.

Указание: задача имеет решение только в том случае, когда данный угол hk тупой. Желательно, чтобы учащиеся сами обосновали справедливость этого утверждения.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе, повторить пункты 34–38; решить задачи № 307, 314 (а), 315 (а).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

(1 час)

Цели: проверить знания учащихся и их умение решать задачи; выяснить пробелы в знаниях учащихся с тем, чтобы их ликвидировать на уроках повторения.

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы по двум вариантам.

II. Выполнение учащимися работы.

Вариант I

1. В остроугольном треугольнике *MNP* биссектриса угла *M* пересекает высоту *NK* в точке *O*, причем *OK* = 9 см. Найдите расстояние от точки *O* до прямой *MN*.

2. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

Дополнительное задание.

С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 150°.

Вариант II

1. В прямоугольном треугольнике *ДСЕ* с прямым углом *С* проведена биссектриса *EF*, причем *FC* = 13 см. Найдите расстояние от точки *F* до прямой *ДЕ*.

2. Постройте прямоугольный треугольник по катету и прилежащему к нему острому углу.

Дополнительное задание.

С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 105°.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 1–14 на с. 5–29 учебника.

ПОВТОРЕНИЕ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ
(4 часа)

На четырех уроках, которые отводятся на решение задач и повторение всего учебного материала курса геометрии VII класса, полезно сконцентрировать внимание учащихся на следующих узловых вопросах курса:

1. Измерение отрезков и углов; перпендикулярные прямые (1 час).

2. Треугольники: признаки равенства треугольников; равнобедренные треугольники, сумма углов треугольника, соотношения между сторонами и углами треугольника, прямоугольные треугольники (2 часа).

3. Параллельные прямые. Решение задач (1 час).

На уроках повторения следует систематизировать сведения об основных свойствах геометрических фигур, повторить доказательства отдельных наиболее важных теорем. При этом могут быть использованы заранее подготовленные карточки для устного опроса, составленные по материалу каждой главы.

Целесообразно не менее половины каждого урока отводить на решение задач. Рекомендуется использовать следующие задачи учебника: 33, 36, 61, 65, 70, 82, 83, 156, 162, 170, 172, 193, 204, 208, 244, 259, 269, 286, 291, 294.

Отдельным ученикам, которые проявляют особый интерес к изучению геометрии, можно предложить некоторые из задач повышенной трудности (задачи № 322–362).

ОГЛАВЛЕНИЕ

Приглашаем к сотрудничеству

учителей, методистов и других специалистов в области образования для поиска и рекомендации к публикации интересных материалов, разработок, проектов по учебной и воспитательной работе. Издательство «Учитель» выплачивает вознаграждение за работу по поиску материала. Издательство также приглашает к сотрудничеству авторов и гарантирует им выплату гонораров за предоставленные работы.

E-mail: met@uchitel-izd.ru

Телефон: (8442) 42-17-71; 42-23-41; 42-23-52

Подробности см. на сайте издательства «Учитель»: www.uchitel-izd.ru

ГЕОМЕТРИЯ

7 класс

Поурочные планы

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной «Геометрия. 7–9 классы»

Авторы-составители

Татьяна Леонидовна Афанасьева,

Лидия Александровна Тапилина

Ответственные за выпуск

Л. Е. Гринин, А. В. Перепёлкина

Редактор **А. В. Перепёлкина**

Технический редактор **Л. В. Иванова**

Корректоры **С. В. Бакунина, Н. М. Болдырева**

Верстка **Е. Ф. Прыгуновой**

Издательство «Учитель»

400079, г. Волгоград, ул. Кирова, 143

Подписано в печать 20.08.13. Формат 60 × 84/16.

Бумага газетная. Гарнитура Тип Таймс. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 6,5. Тираж 4 500 экз. (1-й з-д 1–1 500). Заказ № 1398.

Отпечатано с оригинал-макета

в ООО «Николаевская межрайонная типография».

404033, г. Николаевск Волгоградской обл., ул. Октябрьская, 4.